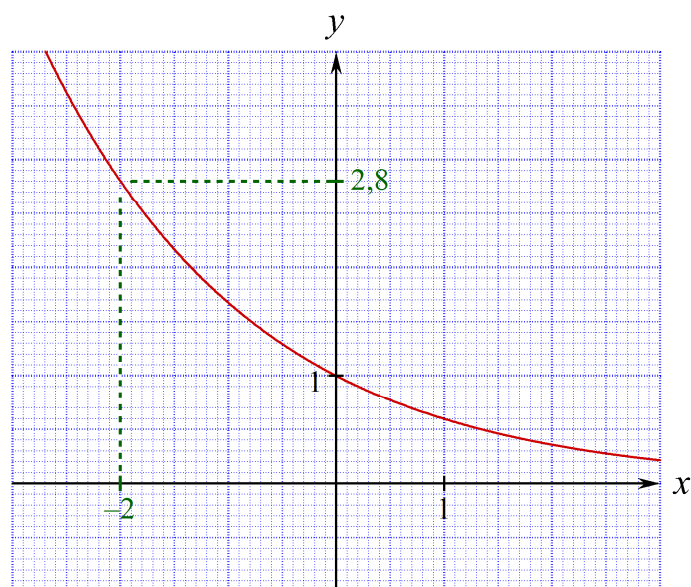


Variabelsammen- hænge generelt

for matematik på C-niveau i stx og hf



Når $x = -2$ er $y = 2,8$.

2014 Karsten Juul

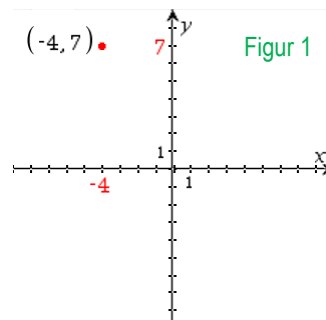
1. Variabelsammenhæng og dens graf og ligning

1.1 Koordinatsystem

I koordinatsystemer (se Figur 1):

x -akse = vandret akse
 y -akse = lodret akse

Pil på hver akse: tallene bliver større i pilens retning.
Det er altså en fejl at sætte pil i den anden ende.



1.2 Koordinater for punkt

Det røde punkt på Figur 1 har koordinatsættet $(-4, 7)$

-4 er x -koordinaten fordi -4 er tallet før kommaet.
 7 er y -koordinaten fordi 7 er tallet efter kommaet.

At punktets x -koordinat er -4 , betyder:

Når vi fra punktet går lodret ned (eller op) til x -aksen, så kommer vi til tallet -4 på x -aksen.

At punktets y -koordinat er 7 , betyder:

Når vi fra punktet går vandret ind på y -aksen, så kommer vi til tallet 7 på y -aksen.

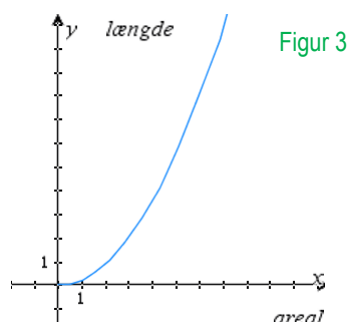
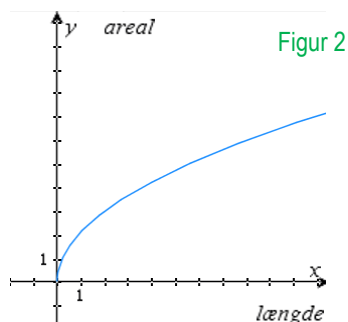
1.3 Variabelsammenhæng

For en bestemt type rektangler gælder at når de gøres længere, bliver de smallere.
Graferne viser **sammenhængen** mellem areal og længde.

Areal og længde er **variable**, dvs. talstørrelser der kan ændres.

På figur 2 har jeg valgt at lade areal være y og længde være x .

På figur 3 har jeg valgt at lade længde være y og areal være x .



1.4 Aflæse punkt på graf

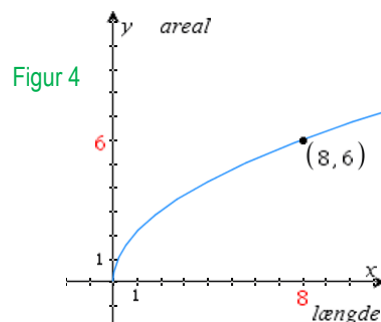
Figur 4 viser sammenhængen mellem areal og længde.

Opgave: Bestem areal når længden er 8.

Dvs.: Bestem y når x er 8.

Nspire: Vi afsætter punkt på graf,
vi retter punktets x -koordinat til 8,
vi ser at punktets y -koordinat bliver 6.

Dvs.: Areal er **6** når længde er 8.



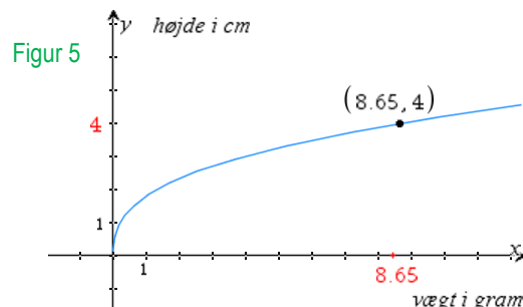
Figur 5 viser højde i cm som funktion af vægt i gram.

Opgave: Bestem vægt når højden er 4 cm.

Dvs.: Bestem x når y er 4.

Nspire: Vi afsætter punkt på graf,
vi retter punktets y -koordinat til 4,
vi ser at punktets x -koordinat bliver 8,65.

Dvs.: Vægten er **8,65 gram** når højden er 4 cm.



Jeg har skrevet røde tal på akserne for at huske dig på at det er her tallene står. I dine besvarelser er det nok at koordinatsættet står ved punktet.

Dette er IKKE en brugsanvisning til Nspire. Jeg forudsætter at du på anden måde har fået at vide hvordan man bruger Nspire.

1.5 Ligning for sammenhæng

For en bestemt type figurer gælder: **højden y kan udregnes ved at dividere 72 med bredden x** .

Denne regel kan vi skrive sådan: $y = \frac{72}{x}$

Dette er en **ligning** for sammenhængen.

1.6 Brug af ligning for sammenhæng

I ligningen fra 1.5 indsætter vi 5 for x og får: Når x er 5, er y lig 14,4.
Dvs. når bredden er 5, er højden 14,4.

1.7 Andre betegnelser end x og y

Vi behøver ikke bruge x og y som betegnelser for x -værdi og y -værdi.
I eksemplet fra 1.5 kan vi f.eks. kalde x -værdien for b og y -værdien for h .

Så gælder
$$h = \frac{72}{b}$$

Vi kan også skrive
$$\text{højde} = \frac{72}{\text{bredde}}$$

1.8 Udregne punkt på graf

(a) Som eksempel vil vi bruge forskriften fra afsnit 1.5.

$$\text{Når } x=6 \text{ er } y = \frac{72}{6} = 12$$

Denne linje er en kopi fra Nspire-skærmen.
Sådan kan det se ud hvis du skriver din besvarelse i Nspire.

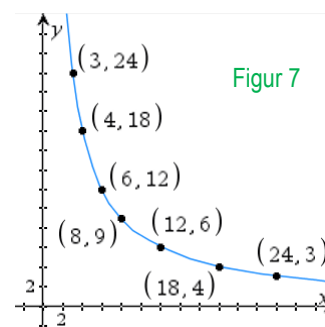
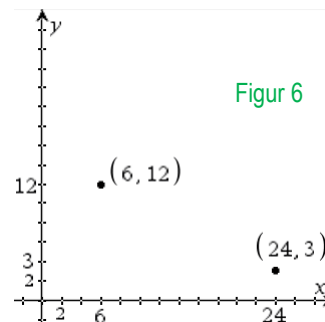
så $(6, 12)$ er et punkt på grafen for sammenhængen.

(b) **Nspire:** Vi afsætter punkt i koordinatsystem.
Vi fremkalder punktets koordinater.
Vi retter punktets koordinater til 6 og 12.

På **Figur 6** har vi afsat endnu et punkt som ligger på grafen.

På **Figur 7** har vi afsat flere punkter som ligger på grafen.
Derefter taster vi ligningen og får Nspire til at tegne graf ud fra denne.
Vi ser at grafen går gennem de punkter vi har udregnet.

(c) **Tegne graf uden hjælpemidler:** Vi afsætter punkterne på papir og tegner blød kurve gennem dem.



1.9 Rækkefølge af udregninger

1.9 a Udregn gange før plus eller minus

For en type figur gælder at vi ud fra cirkelns diameter x kan udregne rektanglets areal y sådan:

- 1) Træk diameter fra 20.
- 2) Gang resultat med 4.

Skriv ligning der viser sammenhængen mellem y og x .

Rigtigt svar: $y = (20-x) \cdot 4$ **Det i parentesen skal udregnes først** (når vi har indsat et tal for x).

Forkert svar: $y = 20 - x \cdot 4$ Her står at vi skal gange før vi trækker fra.
Når et tal står mellem gange og minus (eller plus), så er det gange der skal udregnes først (når vi har indsat et tal for x).

1.9 b Udregn potens før gange

En sammenhæng har følgende ligning: $y = 0,5 \cdot x^3$

Når $x = 2$ er $y = 0,5 \cdot 2^3 = 0,5 \cdot 8 = \underline{4}$.

Vi må IKKE starte med at gange 0,5 med 2.

Når der står gange foran potens, gælder: **Vi skal opløfte til potens før vi ganger.**

Hvis meningen er at vi skal gange først, så skal vi skrive $y = (0,5 \cdot x)^3$.

2. Bestemme y eller x i tekstopgave

2.1 Bestem y i tekstopgave

For nogle dyr gælder $y = 0,3 \cdot 1,2^x$,
hvor y er vægten, målt i gram, og x er alderen, målt i uger.

Hvad er vægten af et dyr hvis alder er 13 uger?

Da $x = \text{alder}$ og $y = \text{vægt}$
kan spørgsmålet Bestem **vægt** når **alder** er 13
oversættes til Bestem **y** når **x** er 13

Da $y = 0,3 \cdot 1,2^x$ gælder:

Når $x=13$ er $y = 0,3 \cdot (1,2)^{13} = 3,2098$

Et dyr hvis alder er 13 uger, har vægten **3,2 gram**.

Det er **ikke korrekt** matematikprog

at skrive ~~$y = 0,3 \cdot (1,2)^{13} \rightarrow y = 3,2098$~~

eller ~~$y = 0,3 \cdot (1,2)^{13} = y = 3,2098$~~

eller ~~$y = 0,3 \cdot (1,2)^{13} \rightarrow 3,2098$~~

Skriv $y = 0,3 \cdot (1,2)^{13} = 3,2098$

Denne linje viser hvordan det kan se ud hvis du skriver din besvarelse i Nspire.
VIGTIGT: Undgå de fejl der er vist i rammen ovenfor.

2.2 Kontrol ved elektronisk aflæsning på graf: Bestem y i tekstopgave

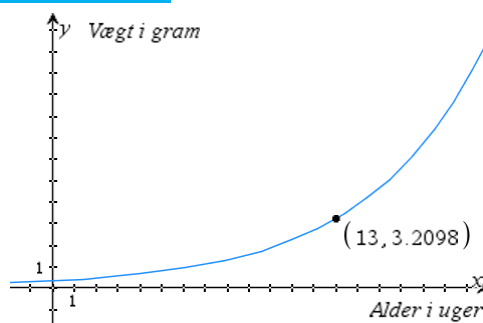
Vi taster $0,3 \cdot 1,2^x$
og får Nspire til at tegne graf ud fra dette.

Vi afsætter et punkt på graf.

Vi retter x -koordinat til 13.

Vi ser at y -koordinat bliver 3,2098.

Vi ser at vores elektroniske aflæsning på graf giver samme resultat som vores udregning.



2.3 Kontrol ved tabel: Bestem y i tekstopgave

Vi taster $0,3 \cdot 1,2^x$
og får Nspire til at lave tabel ud fra dette.

Vi ser at når x er 13, er y lig 3,2098.

Vi ser at tabel giver samme resultat som vores udregning.

x	f(x):=
	$0.3*(1.2)^x$
11.	2.22903
12.	2.67483
13.	3.2098
14.	3.85176
15.	4.62214

2.4 Bestem x i tekstopgave

For nogle dyr gælder $y = 0,3 \cdot 1,2^x$ hvor y er vægten, målt i gram, og x er alderen, målt i uger.
Hvilken alder har et dyr hvis vægt er 7,5 gram?

Da $x = \text{alder}$ og $y = \text{vægt}$
kan spørgsmålet Bestem **alder** når **vægt** er 7,5
oversættes til Bestem **x** når **y** er 7,5

Da $y = 0,3 \cdot 1,2^x$ gælder:

Når $y = 7,5$ er $7,5 = 0,3 \cdot 1,2^x$

Nspire løser ligningen $7,5 = 0,3 \cdot 1,2^x$ mht. x
og får $x = 17,6549$

Nspire: $\text{solve}(7,5=0,3 \cdot (1,2)^x, x) \rightarrow x=17,6549$

Et dyr hvis vægt er 6,7 gram, har alderen **17,7 uger**.

Det er ikke godt nok hvis du prøver at indsætte tal for x indtil resultatet er 7,5.
Du skal regne dig frem til resultatet. Det kan du gøre ved at løse ligningen med solve. Hvis det er en simpel ligning, kan du løse den ved at omskrive den ved hjælp af ligningsregler.

Med almindeligt matematikprog skal vi skrive hvad Nspire gør i solve-linjen, fordi solve-linjen ikke er almindeligt matematikprog.

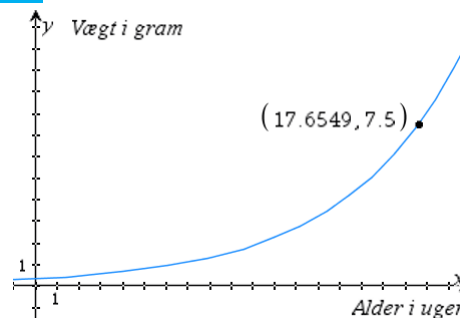
I 2.1 skal vi ikke skrive noget ekstra fordi der her ikke er forskel på Nspire-sprog og almindeligt matematikprog.

2.5 Kontrol ved elektronisk aflæsning på graf: Bestem x i tekstopgave

Vi taster forskriften $3 \cdot 1,2^x$
og får Nspire til at tegne grafen ud fra dette.

Vi afsætter et punkt på grafen.
Vi retter y -koordinaten til 7,5 .
Vi ser at x -koordinaten bliver 17,6549 .

Vi ser at vores elektroniske aflæsning på graf
giver samme resultat som vores udregning.



2.6 Kontrol ved tabel: Bestem x i tekstopgave

Vi taster $0,3 \cdot 1,2^x$ og får Nspire til at lave tabel ud fra dette.
Vi sætter x -trin til 0,1 .

Vi ser at når x er 17,7 , er y tættest på 7,5 .
Vi ser at tabel giver samme resultat som vores udregning.

x	$f(x) :=$
	$0.3 \cdot (1.2)^x$
17.5	7.2911
17.6	7.42525
17.7	7.56187
17.8	7.70101
17.9	7.8427

2.7 Bestemme y eller x i opgave med svær tekst.

For nogle pakker med brikker gælder $y = 1,1 + 4,5x^{0,6}$
hvor y er den mindste diameter (målt i cm) af en brik i pakken,
og x er den gennemsnitlige vægt (målt i g) af brikkerne i pakken.

Bestem den gennemsnitlige vægt af brikkerne i en pakke hvor den mindste diameter af en brik er 8 cm.
Bestem den mindste diameter af en brik i en pakke hvor den gennemsnitlige vægt af brikkerne er 1,4 g.

Da $x =$ **gennemsnitlige vægt** og $y =$ **mindste diameter** får vi:

Spørgsmålet: Bestem **gennemsnitlig vægt** når **mindste diameter** er 8
oversætter vi til: Bestem x når y er 8

Spørgsmålet: Bestem **mindste diameter** når **gennemsnitlig vægt** er 1,4
oversætter vi til: Bestem y når x er 1,4

Når vi har oversat, bruger vi **metoden fra 2.1-2.3** eller **metoden fra 2.4-2.6** .

Hvis beskrivelsen af x eller y er lang, f.eks. ”**gennemsnitlig vægt af brikkerne i pakken**”,
så tror nogle elever at det er en svær opgave og springer den over.

Du kan løse sådan en opgave hvis du bruger tilstrækkelig tid på at gøre dig klart at
den lange formulering er det tal der skal indsættes for x eller y .

2.8 Bestemme x når ikke alle punkter på grafen svarer til noget i virkeligheden.

Antal fugle beskrives ved modellen $y = 16 \cdot 1,2^x$ hvor y er
antal fugle, og x er antal år efter 2014. Hvornår er der 35 fugle?

$$16 \cdot 1,2^x = 35 \quad \text{har løsningen} \quad x = 4,3$$

Forkert svar: I 2018 (efter 4 år) år er antal ikke helt 35,
så det må være lidt inde i 2019 at antal er 35.

Dette er **forkert**, da antal fugle falder i begyndelsen af året.

Model beskriver: hvordan antallet ændres **fra år til år**.

Model beskriver **IKKE**: hvordan antallet ændres **i løbet af året**.

M3: Når en model er en graf, er det ofte kun nogle af grafpunkterne der svarer til noget i virkeligheden.

For hvert årstal har man **ét tal** der angiver resultatet af en optælling.

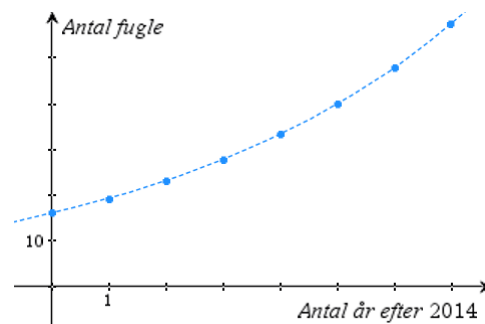
Det er kun de store prikker på den stiplede graf der svarer til noget i virkeligheden.

Vi går ud fra at spørgsmålet Hvornår er der 35 fugle?
betyder Hvornår er der **ca.** 35 fugle?

Så er det **korrekte svar:** I 2018 er der ca. 35 fugle.

Hvis spørgsmålet er Hvornår overstiger antal fugle 35?

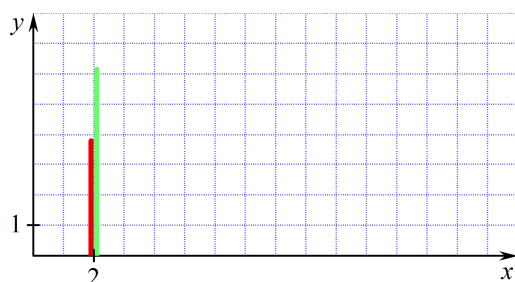
så er det **korrekte svar:** I 2019 overstiger antal fugle 35.



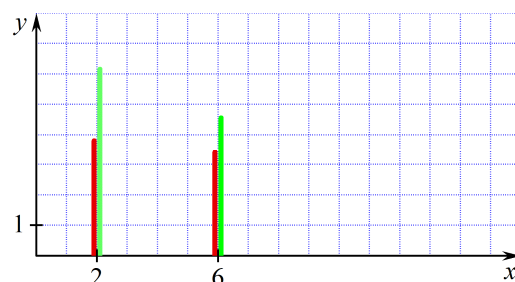
3. Hvornår er de lige store?

3.1 Oplæg

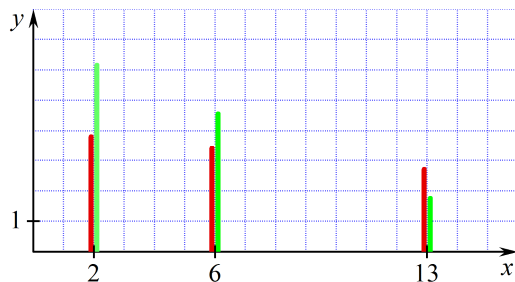
$y = 7 - 0,4x$ når y er grønt areal, og $y = 4 - 0,1x$ når y er rødt areal.



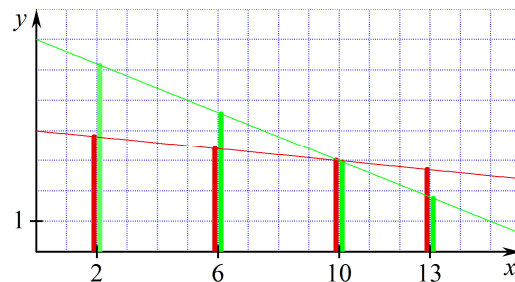
1) Når $x = 2$ er grønt areal større end rødt areal.



2) Når $x = 6$ er grønt areal stadig størst.



3) Når $x = 13$ er rødt areal størst.



4) Når $x = 10$ er grønt areal lig rødt areal.

3.2 Hvornår er de lige store?

For to planter A og B gælder:

$$A: y = 58 - 45 \cdot 0,98^x$$

$$B: y = 42 - 21 \cdot 0,96^x$$

hvor y er højde i cm, og x er antal døgn efter flytning.

Hvornår er de to planter lige høje?

$$\begin{aligned} \text{højde af A} &= \text{højde af B} \\ 58 - 45 \cdot 0,98^x &= 42 - 21 \cdot 0,96^x \end{aligned}$$

Nspire løser ligningen $58 - 45 \cdot 0,98^x = 42 - 21 \cdot 0,96^x$ mht. x for $0 \leq x$ og får $x = 39,8059 \approx 40$

$$\text{solve}(58 - 45 \cdot (0,98)^x = 42 - 21 \cdot (0,96)^x, x) | 0 \leq x \rightarrow x = 39,8059$$

De to planter er lige høje **40 døgn** efter flytning.

3.3 Kontrol ved tabel: Hvornår er de lige store?

Vi taster ligninger for A og B og får Nspire til at lave tabeller ud fra disse. I tabellen ser vi at for x lig 40 er A og B ca. lige store. Dette er lig resultatet af udregningen i 3.2.

x	a(x):= 58-45*(0.98^x)	b(x):= 42-21*(0.96^x)
10.	21.2317	28.0385
15.	24.7644	30.6162
20.	27.9576	32.7179
25.	30.8441	34.4317
30.	33.4532	35.829
35.	35.8116	36.9683
40.	37.9435	37.8973
45.	39.8705	38.6548
50.	41.6124	39.2724
55.	43.1869	39.776
60.	44.6101	40.1866

Her står hvad Nspire gør i solve-linjen. Det er ikke nok at skrive solve-linjen da denne ikke er almindeligt matematikprog.

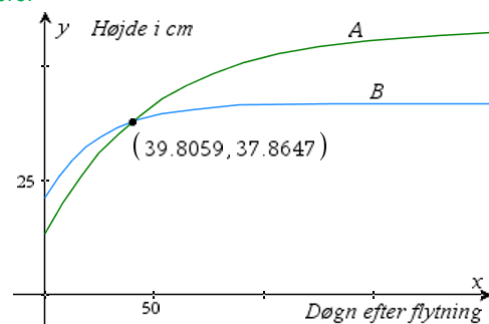
3.4 Kontrol ved elektronisk undersøgelse af figur: Hvornår er de lige store?

For hvert tal på x -aksen er der to y -koordinater (plantehøjder), én på hver graf. Vi skal finde tallet på x -aksen hvor de to y -koordinater (plantehøjder) er lige store. Det er de i grafernes skæringspunkt.

Vi taster $58 - 45 \cdot 0,98^x$ og $42 - 21 \cdot 0,96^x$ og ud fra disse får vi Nspire til at tegne de to grafer.

Vi får Nspire til at finde skæringspunktet mellem de to grafer, og ser at skæringspunktets x -koordinat er $39,8059 \approx 40$.

Vi ser at vores elektroniske undersøgelse af figur giver samme resultat som vores udregning.



4. Udregne ændring af y eller x

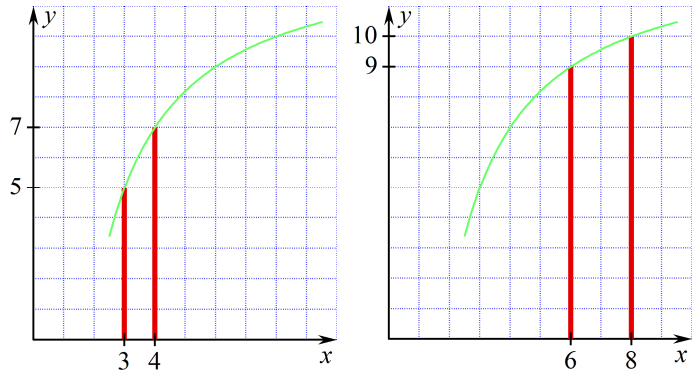
4.1 Oplæg

Figurerne viser grafen for sammenhængen med ligningen

$$y = 13 - \frac{24}{x}$$

Når vi ændrer x fra 3 til 4, så ændres y fra 5 til 7, dvs. y bliver 2 enheder større.

Når vi ændrer x fra 6 til 8, så ændres y fra 9 til 10, dvs. y bliver 1 enhed større



4.2 Udregne ændring af y

Væskehøjden i en karaffel stiger sådan at $y = 9 \cdot x^{0,6} + 15$

hvor y er højden i mm, og x er minutter efter kl. 8.00.

Hvor meget større bliver højden i løbet af de første 2 minutter efter kl. 8.00?

Vi udregner højden 0 minutter efter 8.00:

$$\text{Når } x=0 \text{ er } y = 9 \cdot 0^{0,6} + 15 = 15.$$

Vi udregner højden 2 minutter efter 8.00:

$$\text{Når } x=2 \text{ er } y = 9 \cdot 2^{0,6} + 15 = 28.6414$$

Vi udregner hvor meget større højden er blevet:

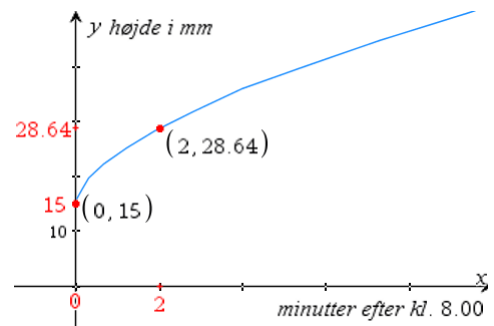
$$28.6414 - 15 = 13.6414 \approx 14$$

De første 2 minutter efter 8.00 bliver højden **14 mm** større.

Vi aflæser elektronisk y -koordinaterne til de punkter på grafen som har x -koordinater 0 og 2.

Vi får de samme højder som vi fik ved udregning.

Nspire skriver input med blåt og output med grønt. Hvis du skriver i hånden, kan du skrive det hele med samme farve, f.eks. med almindelig blyant.



Jeg har skrevet røde tal på akserne for at huske dig på at det er her tallene står. I dine besvarelser er det nok at koordinatsættene står ved punkterne.

4.3 Udregne ændring af x

Væskehøjden i en karaffel stiger sådan at $y = 9 \cdot x^{0,6} + 15$

hvor y er højden i mm, og x er minutter efter kl. 8.00.

Hvor lang tid tager det at ændre højden fra 25 mm til 35 mm?

Vi bestemmer tidspunktet x hvor højden y er 25: $25 = 9 \cdot x^{0,6} + 15$

Nspire løser ligningen $25 = 9 \cdot x^{0,6} + 15$ mht. x og får $x = 1,19196$.

Nspire: $\text{solve}(25=9 \cdot x^{0,6} + 15, x) \rightarrow x=1.19196$

Vi bestemmer tidspunktet x hvor højden y er 35: $35 = 9 \cdot x^{0,6} + 15$

Nspire løser ligningen $35 = 9 \cdot x^{0,6} + 15$ mht. x og får $x = 3,78424$.

Nspire: $\text{solve}(35=9 \cdot x^{0,6} + 15, x) \rightarrow x=3.78424$

Vi udregner hvor lang tid der er gået:

$$3.78424 - 1.19196 = 2.59228 \approx 2.6$$

Det tager **2,6** minutter at ændre højden fra 25 mm til 35 mm.

Vi aflæser elektronisk x -koordinaterne til de punkter på grafen som har y -koordinater 25 og 35.

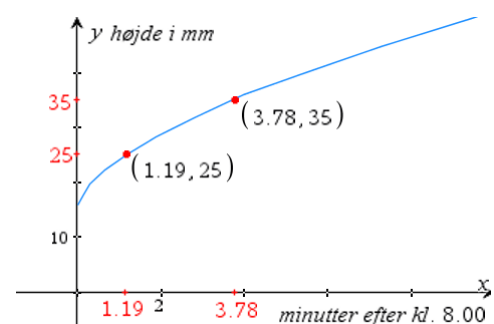
Vi får de samme tidspunkter som vi fik ved udregning.

Vi taster ligningen for højden og får Nspire til at lave en tabel ud fra denne.

Vi ser at når x ændres fra 0 til 2, så ændres y fra 15 til 28,6414.

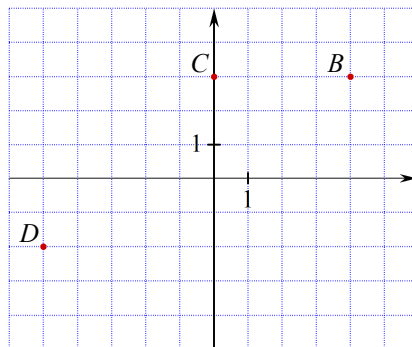
Det er samme højder som vi fik ved udregningen.

x	h(x):=
	$9 \cdot x^{(0.6)}$
0.	15.
1.	24.
2.	28.6414
2	27.2086



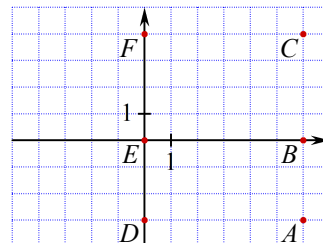
Øvelse 1.1

- (a) Læs afsnit 1.1 . På figur skal du skrive x ved x -akse og y ved y -akse.
- (b) Læs første halvdel af afsnit 1.2 .
Et punkt A har koordinatsættet $(15, 9)$.
 A har x -koordinaten _____ og y -koordinaten _____ .
- (c) Læs anden halvdel af afsnit 1.2 .
Udfyld følgende ved at se på figur:
 B har x -koordinaten _____ og y -koordinaten _____ .
 B har koordinatsættet $(\text{_____}, \text{_____})$.
 C har koordinatsættet $(\text{_____}, \text{_____})$.
 D har koordinatsættet $(\text{_____}, \text{_____})$.
- (d) Tegn følgende punkter på figuren: $E(-5, 3)$, $F(-2, 0)$, $G(0, -3)$, $H(5, -4)$.



Øvelse 1.2

- (a) På figuren skal du skrive x ved x -aksen og y ved y -aksen.
- (b) Udfyld følgende ved at se på figur:
 $A(\text{_____}, \text{_____})$, $B(\text{_____}, \text{_____})$, $C(\text{_____}, \text{_____})$,
 $D(\text{_____}, \text{_____})$, $E(\text{_____}, \text{_____})$, $F(\text{_____}, \text{_____})$.
- (c) Tegn følgende punkter på figuren: $G(-4, -3)$, $H(-2, 3)$, $I(2, 0)$, $J(4, 0)$.

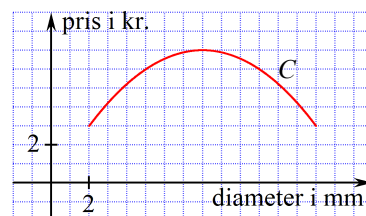
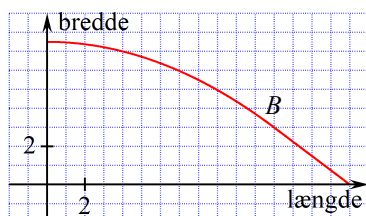
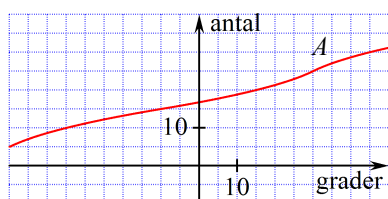


Øvelse 1.3

- (a) På figuren i øvelse 1.2 skal du tegne punktet $P(6, 2,3)$. Nu er der tegnet fire punkter som har egenskaben **x er 6** . Der er uendelig mange punkter der har denne egenskab. Disse uendelig mange punkter udgør en linje. Tegn denne linje.
- (b) Tegn et punkt der har egenskaben **y er 1 større end x** . Der er uendelig mange punkter der har denne egenskab. Disse punkter udgør noget du kan tegne. Gør det.

Øvelse 1.4

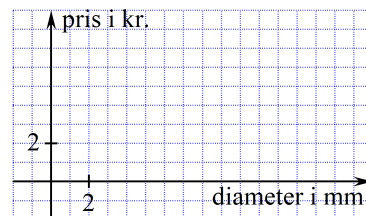
- (a) Læs afsnit 1.3 .
Graf A viser sammenhængen mellem **antal** og **grader** . Er **antal** sammenhængens x -værdi eller sammenhængens y -værdi . Svar: _____ . Der gælder at **grader** er sammenhængens _____-værdi.
Graf B viser en sammenhæng hvor sammenhængens x -værdi er _____ og sammenhængens y -værdi er _____ . **Graf C** viser en sammenhæng hvor sammenhængens x -værdi er _____ og sammenhængens y -værdi er _____ .



- (b) Læs afsnit 1.4 . På figur med **A-graf**: Tegn punkt på x -akse hvor $x=15$. Tegn punkt på graf hvor $x=15$. I dette punkt er $y=$ _____ . Når temperaturen er 15 grader, er antallet _____ .
- (c) På figur med **A-graf**: Tegn punkt på y -akse hvor $y=25$. Tegn punkt på graf hvor $y=25$. I dette punkt er $x=$ _____ . Når antal er 25, er temperaturen _____ grader.
- (d) Hvor stort er antallet når temperaturen er -35 grader? Svar: _____ .
- (e) Hvad er temperaturen på et tidspunkt hvor antallet er 5? Svar: _____ grader.
- (f) På figur med **B-graf**: Tegn det punkt på grafen hvor x er 9. for dette punkt er y lig _____ . Hvad fortæller dette om længde og bredde? Svar: _____ .
- (g) På figur med **B-graf**: Tegn det punkt på grafen hvor y er 7. For dette punkt er x lig _____ . Hvad fortæller dette om længde og bredde? Svar: _____ .
- (h) På figur med **C-graf**: Tegn de punkter på grafen hvor y er 6.
For disse punkter er $x =$ _____ eller $x =$ _____ . Hvad fortæller dette om pris og diameter?
Svar: _____ .

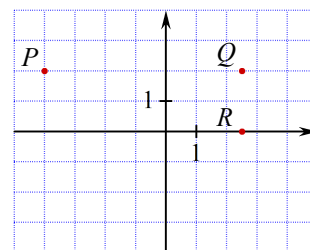
Øvelse 1.5

- (a) På graf **C** i øvelse 1.4 kan vi se prisen på en vare af type **C** når vi kender diameteren. For en vare af type **D** gælder at for enhver diameter er prisen 1 kr. højere end for type **C**. For en vare af type **D** med diameter 2 mm er prisen _____ kr. Tegn denne oplysning som et punkt på figuren til højre. Tegn grafen der for type **D** viser sammenhængen mellem pris og diameter.
- (b) For varer af type **E** gælder: For hver diameter er prisen halvdelen af prisen for **C**. Tegn grafen der for type **E** viser sammenhængen mellem pris og diameter.



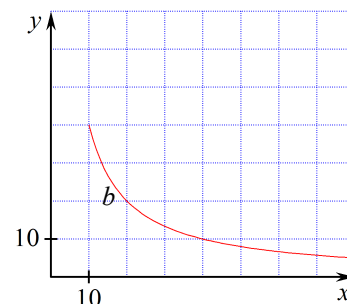
Øvelse 1.6 Se afsnit 1.1-1.2

- (a) På figur skal du skrive x ved x -akse og y ved y -akse.
(b) $P(\underline{\quad}, \underline{\quad})$, $Q(\underline{\quad}, \underline{\quad})$, $R(\underline{\quad}, \underline{\quad})$.
(c) Tegn $A(0, -4)$, $B(4,5, -2)$, $C(-2, 1)$, $D(-2, 3,7)$.
(d) Tegn et punkt E hvor x er lig y . Tegn et nyt punkt F til hvor x er lig y .
(f) Der er uendelig mange punkter hvor x er lig y . Disse udgør noget du kan tegne. Tegn dette.



Øvelse 1.7 Se afsnit 1.3-1.4

- (a) For nogle kasser viser b -graf sammenhæng mellem bredde y og længde x . Tegn det punkt på grafen hvor x er 40. For dette punkt er y lig $\underline{\quad}$. Hvad fortæller dette om længde og bredde? Svar: $\underline{\quad}$.
(b) Hvad er bredden når længden er 80? Svar: $\underline{\quad}$.
(c) For enhver længde er kassens højde halvdanden gange bredden. For en kasse med længde 10, er højden $\underline{\quad}$.
(d) Tegn en h -graf der viser sammenhæng mellem højde y og længde x .

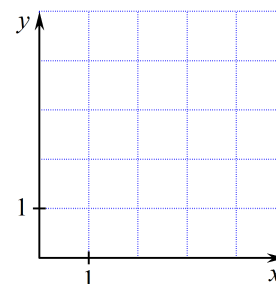


Øvelse 1.8

- (a) Læs afsnit 1.5-1.6. For figurer af type A får vi arealet ved at gange grundlinje med 2 og lægge 8 til resultatet. Når y er areal og x er grundlinje, så vil **ligningen** for sammenhængen mellem areal og grundlinje være $y = \underline{\quad}$. Når x er 4 er y lig $\underline{\quad}$. Når x er 2,5 er y lig $\underline{\quad}$. Når x er 0,25 er y lig $\underline{\quad}$.
(b) For figurer af type B får vi areal ved at lægge 8 til grundlinje og gange resultat med 2. Når y er areal og x er grundlinje, så vil **ligningen** for sammenhængen mellem areal og grundlinje være $y = \underline{\quad}$. Når x er 4 er y lig $\underline{\quad}$. Når x er 1 er y lig $\underline{\quad}$. Når x er 3 er y lig $\underline{\quad}$.

Øvelse 1.9

- (a) Læs afsnit 1.8 (a). En sammenhæng har ligningen: $y = (x-3)^2$. Når $x = 1$ er $y = \underline{\quad} = \underline{\quad}$ så $(\underline{\quad}, \underline{\quad})$ er et punkt på grafen. Tegn dette punkt på figuren.
(b) Bestem flere punkter ved at udfylde følgende tabel, og tegn punkterne.
x: 1 2 2,5 3 3,5 4
y:
(c) Læs afsnit 1.8 (c). Brug svaret i (b) til at tegne grafen for sammenhængen.

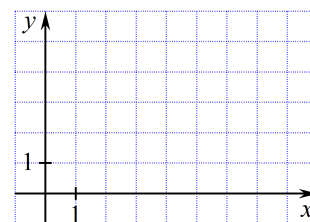


Øvelse 1.10

- (a) Hvad skal vi gøre ved værdien af x for at få værdien af y ?
Skriv svaret som en ligning $y =$
x: 1 2 3 4
y: 3 4 5 6
(b) Hvad skal vi gøre ved værdien af x for at få værdien af y ?
Skriv svaret som en ligning $y =$
x: 1 2 3 4
y: 3 6 9 12
(c) Sammenlign med (b) og find ud af hvad vi skal gøre ved værdien af x for at få værdien af y .
Skriv svaret som en ligning $y =$
x: 1 2 3 4
y: 5 8 11 14
(d) Hvad skal vi gøre ved værdien af x for at få værdien af y ?
Skriv svaret som en ligning $y =$
x: 1 2 3 4
y: 2 5 8 11

Øvelse 1.11

- (a) En sammenhæng mellem to variable x og y er givet ved:
Divider 4 med x . Træk resultat fra 5. Det nye resultat er y .
Når $x = 2$ er $y = \underline{\quad}$.
(b) Ligningen for sammenhængen er $y = \underline{\quad}$.
(c) Indsæt i denne ligning: Når $x = 2$ er $y = \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$.
(d) Udfyld tabel og tegn graf:
x: 1 2 4 8
y:
y



Øvelse 1.12

- (a) Læs afsnit 1.9 a.

I nogle spil kan vi udregne antal point når vi kender antal krydser. $x = \text{antal krydser}$.

I et spil kan vi udregne antal point sådan: **Læg antal krydser til 10. Gang resultatet med 4.**

Er det (1) eller (2) der angiver disse udregninger? (1) $10 + x \cdot 4$ (2) $(10 + x) \cdot 4$ Svar: _____.

- (b) I et spil kan vi udregne **antallet y af point** sådan: **Gang 3 med antal krydser. Læg resultatet til 5.**

Angiv disse udregninger ved at skrive ligning med x : $y = \text{_____}$.

Hvis $x = 6$ er $y = \text{_____}$.

- (c) I et spil kan vi udregne antal point sådan: **Læg 4 til antal krydser. Gang 2 med resultatet.**

Angiv disse udregninger ved at skrive ligning med x : $y = \text{_____}$.

Hvis $x = 5$ er $y = \text{_____}$.

Øvelse 1.13 Se afsnit 1.9 a Udregn uden regnehjælpemiddel:

- (a) $5+2 \cdot 3 = \text{_____} = \text{_____}$ (d) $20-5 \cdot 3 = \text{_____} = \text{_____}$ (g) $3 \cdot 2-5 = \text{_____} = \text{_____}$
(b) $3 \cdot 5-2 = \text{_____} = \text{_____}$ (e) $3 \cdot 5+2 = \text{_____} = \text{_____}$ (h) $(5-2) \cdot 3 = \text{_____} = \text{_____}$
(c) $3 \cdot (5-2) = \text{_____} = \text{_____}$ (f) $3 \cdot (5+2) = \text{_____} = \text{_____}$ (i) $20+5 \cdot 3 = \text{_____} = \text{_____}$

Øvelse 1.14

Læs afsnit 1.9 b . **Udregn uden regnehjælpemiddel:**

- (a) $5 \cdot 3^2 = \text{_____} = \text{_____}$ (b) $(5 \cdot 3)^2 = \text{_____} = \text{_____}$ (c) $\frac{1}{3} \cdot 3^2 = \text{_____} = \text{_____}$

Øvelse 2.1

- (a) Læs afsnit 2.1 og 2.4. For nogle figurer gælder $y = 3 \cdot x - 36$, hvor x er omkredsen og y er arealet.

Hvis vi bliver spurgt om hvad omkredsen er for en bestemt af figurerne, er det så x eller y vi skal finde?

Svar: _____. Hvis vi får at vide at arealet er 51, er det så x eller y der er 51? Svar: _____.

- (b) Bestem arealet for en figur hvor omkredsen er 20.

- (c) Bestem omkredsen for en figur hvor arealet er 10.

Øvelse 2.2 Se afsnit 2.1 og 2.4

For nogle trælister i en konstruktion er $y = \frac{x+100}{x+1}$ hvor x er længde af vandret liste, og y er længde af den tilsvarende lodrette liste. Enheden er cm.

- (a) Hvis vi får at vide at en lodret liste er 40 cm, er det så x eller y der er 40?

- (b) Hvis vi bliver spurgt om længden af en lodret liste, er det så x eller y vi skal finde?

- (c) Bestem længden af den vandrette liste når den tilsvarende lodrette liste skal være 20 cm.

- (d) Bestem længden af den lodrette liste når den tilsvarende vandrette liste skal være 25 cm.

Øvelse 2.3

- (a) Læs afsnit 2.7 .

Ved fabrikation af en vare gælder at $y = 25 \cdot x^{0,31}$, hvor y er væskehøjde i mm, og x er den procentdel af arbejdet der er udført. Udregn den procentdel af arbejdet der er udført på det tidspunkt hvor væskehøjden er 100 mm.

Øvelse 2.4 Se afsnit 2.7

Det er fastsat at $y = 4 \cdot 0,55^x$ hvor y er den mængde (målt i gram) af et stof som man må indtage pr. uge, og x er det som stoffets densitet (målt i gram pr. kubikcentimeter) overstiger 1,1 .

Hvor stor en mængde af stoffet må man indtage pr. uge hvis dets densitet er 0,2 over 1,1?

Øvelse 2.5

- (a) **Læs afsnit 2.8** . I en ligning står at y er lig et regneudtryk med x , hvor y er overskuddet (i mio. kr.) i årsregnskabet, og x er antal år efter 2005.

Vi indsætter 40 for y og løser den fremkomne ligning med hensyn til x og får 6,3 .

Hvis spørgsmålet er ”Hvornår er overskuddet 40 mio.?” , er facit: _____ .

Hvis spørgsmålet er ”Hvornår overstiger overskuddet 40 mio.?” , er facit: _____ .

- (b) I en ligning står at y er lig et regneudtryk med x , hvor y er ovnsens temperatur (i °C), og x er tiden (i timer). Vi indsætter 600 for y og løser den fremkomne ligning med hensyn til x og får 1,5 .

Hvis spørgsmålet er ”Hvornår er ovnsens temperatur 600 grader”, er facit: _____ .

Øvelse 2.6 Se afsnit 2.8

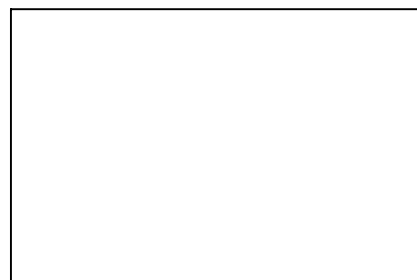
I en ligning står at y er lig et regneudtryk med x , hvor y er antal der består en bestemt eksamen, og x er antal år efter 2002. Vi indsætter 1200 for y og løser den fremkomne ligning med hensyn til x og får 9,3.

Hvis spørgsmålet er ”Hvilket år vil antal der består eksamen, overstige 1200?”, er facit: _____.

Øvelse 2.7

Det skærmbillede du laver i denne opgave, skal du skitsere til højre, og du skal skrive de relevante oplysninger på skærmbilledet.

Lav kontrol af (b) og (c) i øvelse 2.1 ved elektronisk aflæsning på graf på den måde som er vist i afsnit 2.2 og 2.5.



Øvelse 2.8

Svarene i (b)-(c) kan du finde ved at du prøver dig frem.

(a) I afsnit 2.1-2.6 undersøger vi sammenhængen $y = 0,3 \cdot 1,2^x$.

Hvis $x = 1$ er $y =$ _____. Ligger punktet $(1, 3)$ på grafen? Svar: _____.

(b) Hvis vi erstatter 0,3 i ligningen med _____, vil grafen gå gennem punktet $(1, 3)$.

(c) Hvis vi i ligningen $y = 0,3 \cdot 1,2^x$ erstatter 1,2 med _____, vil grafen gå gennem punktet $(1, 3)$.

(d) Vi ser nu på sammenhængen med ligningen $y = 0,5 \cdot 2^x$.

I grafpunktet med den positive x -koordinat _____ er y -koordinaten 1 større end x -koordinaten.

Øvelse 2.9 Se afsnit 2.7

I en speciel uddannelse er $y = 12 - 0,25 \cdot x$

hvor y er elevens karaktergennemsnit, og x er gennemsnittet af antal fejl i 10 prøver.

Bestem gennemsnittet af antal fejl i de 10 prøver for en elev hvis karaktergennemsnit er 3,7.

Øvelse 3.1

(a) Figuren viser grafer for to sammenhænge A og B.

Vi forestiller os at vi har ligninger for de to sammenhænge.

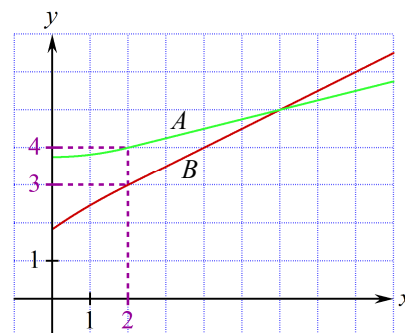
Hvis vi indsætter 2 for x , så vil A-ligning give $y =$ _____, og B-ligning give $y =$ _____.

(b) Hvis vi indsætter 8 for x , så vil A-ligning give $y =$ _____, og B-ligning give $y =$ _____.

(c) Hvis vi indsætter 6 for x , så vil A-ligning give $y =$ _____, og B-ligning give $y =$ _____.

(d) Hvis vi indsætter _____ for x , så vil A-ligning og B-ligning give samme y .

(e) De to ligningers højresider sætter vi lig hinanden. Når vi løser den fremkomne ligning, får vi $x =$ _____.



Øvelse 3.2

(a) Når vægt måles i gram gælder efter x uger: A's vægt er $y = 3 \cdot 1,2^x$ og B's vægt er $y = 7 \cdot 1,1^x$.

På et tidspunkt x gælder A's vægt er 10 dvs. $3 \cdot 1,2^x = 10$ dvs. $x =$ _____.

(b) På et tidspunkt x gælder B's vægt er 10 dvs. _____ dvs. $x =$ _____.

(c) På et tidspunkt x gælder A's vægt er lig B's vægt dvs. _____ dvs. $x =$ _____.

Øvelse 3.3

I øvelse 3.2 så vi på funktioner med forskrifter $y = 3 \cdot 1,2^x$ og $y = 7 \cdot 1,1^x$. På Nspire skal du tegne deres grafer i samme koordinatsystem. Prøv at erstatte et eller flere af tallene 3, 1,2, 7, 1,1 med andre positive tal, og se om du kan opnå at der ikke er et skæringspunkt.

Øvelse 3.4

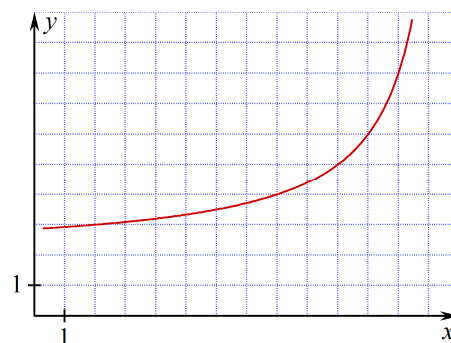
Brug Nspire. Tegn i samme koordinatsystem grafer for $y = x + 1$ og $y = 2x - 4$.

I skæringspunkt er $x =$ _____. Ret 4 til 7. I skæringspunkt er $x =$ _____. Når vi erstatter 4 med et andet tal, vil dette tal _____ være lig x i skæringspunktet.

Skriv hvad vi skal gøre ved tallet for at få x i skæringspunktet.

Øvelse 4.1

- (a) Læs afsnit 4.1. Figuren viser grafen for en funktion.
Når x er 2, er y lig _____. Når x er 6, er y lig _____.
Når vi ændrer x fra 2 til 6, så ændres y fra _____ til _____.
Når vi ændrer x fra 2 til 6, så vil y blive _____ enheder større.
- (b) Når vi ændrer x fra 8 til 12, så ændres y fra _____ til _____.
Når vi ændrer x fra 8 til 12, så vil y blive _____ enheder større.
- (c) Når y ændres fra 4 til 6, så er x blevet _____ enheder større.



Øvelse 4.2

- (a) Læs afsnit 4.2.
Det planlægges at antallet af beboere skal ændres sådan at $y = 95 \cdot 1,4^x$ hvor y er antal beboere og x er antal år efter 2015. Hvor meget (målt i antal), er antal beboere større i 2020 end i 2017?
- (b) Læs afsnit 4.3.
Hvor mange år er antallet om at stige fra 500 til 1000?

Øvelse 4.3

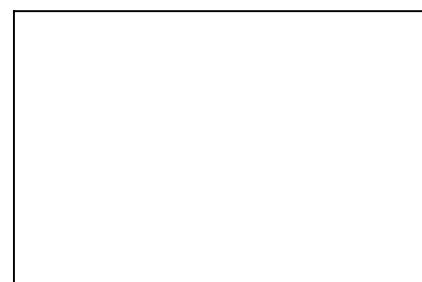
Det skærbillede du laver i denne opgave, skal du skitsere til højre, og du skal skrive de relevante oplysninger på skærbilledet.

I denne opgave skal du finde facit ved at aflæse elektronisk på graf.

En sammenhæng har ligningen $y = -0,001x^3 + 0,015x^2 - 0,175x + 7,125$.

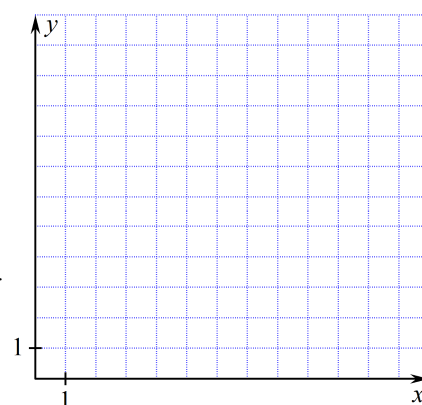
Når x stiger fra 1 til 3, så aftager y fra _____ til _____.

Når y stiger fra 2 til 3, så aftager x fra _____ til _____.



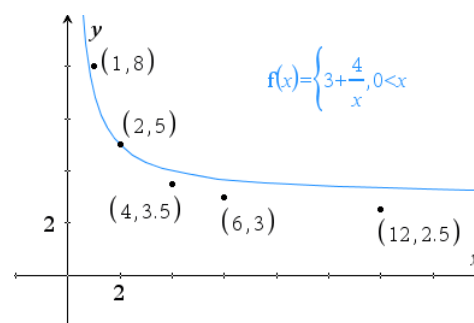
Øvelse 4.4

- (a) Om en funktion gælder:
Når $x=0$ er $y=2$.
Når x stiger fra 0 til 4, så vil y blive 1 enhed større.
Når x stiger fra 4 til 8, så vil y blive 3 enhed større.
Når x stiger fra 8 til 12, så vil y blive 5 enhed større.
Skitsér grafen i koordinatsystemet til højre.
- (b) De fire støttepunkter skal du også afsætte i et koordinatsystem i Nspire. I samme koordinatsystem skal du få Nspire til at tegne grafen for funktionen med forskriften $y = 4 + 0,1 \cdot x^2$. Prøv dig frem med at ændre tallene 4 og 0,1 indtil grafen går gennem punkterne. Skriv forskriften her: $y =$ _____.



Øvelse 4.5

- (a) Lav det viste skærbillede i Nspire.
- (b) Prøv dig frem med at ændre tallene 3 og 4 i forskriften indtil grafen går gennem punkterne.
Skriv forskriften her: $y =$ _____.



1. Variabelsammenhæng og dens graf og ligning.....	1
2. Bestemme y eller x i tekstopgave.....	3
3. Hvornår er de lige store?.....	5
4. Udregne ændring af y eller x	6
Øvelser.....	7-11

Variabelsammenhænge generelt for matematik på C-niveau i stx og hf, © 2014 Karsten Juul.

Nyeste udgave af dette hæfte kan downloades fra <http://mat1.dk/noter.htm>.

3/9-2014

Hæftet må bruges i undervisningen hvis læreren med det samme til kj@mat1.dk sender en e-mail som oplyser at det bruges og oplyser hold, niveau, lærer og skole