Simple udtryk
og
ligninger

2009 Karsten Juul

Til eleven

Brug blyant og viskelæder når du skriver og tegner i hæftet,
så du får et hæfte der er egenet til jævnligt at slå op i
under dit videre arbejde med de andre emner.

Indhold

Simple udtryk og ligninger

1. udgave 2009

Rækkefølge af + og ·

Teori 1

Udtryk i parentes skal vi regne ud først.

Når et tal står mellem + og ·
så skal vi udregne gange før plus.

Dette har man bestemt.
Så skal man ikke skrive
så mange parenteser.

Når et tal står mellem to +'er, så kan vi selv
vælge hvilket af de to tegn vi vil udregne først.

Dette betyder:

Vi kan omskrive $3+2\cdot 4$ til $3+8$

Vi kan ikke omskrive $3+2\cdot 4$ til $5\cdot 4$

Vi kan ikke omskrive $3+2\cdot x$ til $5\cdot x$

Vi kan ikke omskrive $3+2x$ til $5x$

Her skal læseren
forestille sig at der
står gangetegn.

Vi kan omskrive $4+3+2\cdot x$ til $7+2\cdot x$

Her skal · udregnes først,
så vi kan ikke udregne noget
før vi kender tallet *x*.

Hvis + skal udregnes før ·, så skal vi skrive en parentes:

Vi kan omskrive $(3+2)\cdot 4$ til $5\cdot 4$

Øvelse 2

(a) Kan vi omskrive $5\cdot 3+4$ til $15+4$? Svar: _______ .

(b) Kan vi omskrive $5\cdot 3+4$ til $5\cdot 7$? Svar: _______ .

(c) Kan vi omskrive $x\cdot 4+1$ til $x\cdot 5$? Svar: _______ .

(d) Kan vi omskrive $x+4\cdot 3$ til $x+12$? Svar: _______ .

(e) Kan vi omskrive $x\cdot(5+3)$ til $x\cdot 8$? Svar: _______ .

(f) Kan vi omskrive $6\cdot 2+3x$ til $6\cdot 5x$? Svar: _______ .

(g) Kan vi omskrive $6\cdot 2+3x$ til $12+3x$? Svar: _______ .

(h) Kan vi omskrive $4\cdot 3+2+5$ til $4\cdot 5+5$? Svar: _______ .

(i) Kan vi omskrive $4\cdot 3+2+5$ til $4\cdot 3+7$? Svar: _______ .

(j) Kan vi omskrive $3\cdot(4+x)$ til $12+x$? Svar: _______ .

(k) Kan vi omskrive $(5+6)\cdot 3$ til $5+18$? Svar: _______ .

Øvelse 3

I nogle spil kan vi udregne antal point når vi kender antal krydser.
Vi lader x stå for antal krydser.

(a) I et spil kan vi udregne antal point sådan:

Læg antal krydser til 10.
Gang resultatet med 4.

Hvilke(t) af regneudtrykkene (1) og (2) angiver disse udregninger?

(1) $10+x\cdot 4$
(2) $(10+x)\cdot 4$

Svar: _______ .

(b) I et spil kan vi udregne antal point sådan:

A: Gang 3 med antal krydser.
B: Læg A-resultatet til 5.

Angiv disse udregninger ved at skrive et regneudtryk med x:

Antal point = ____________________ .

Hvis $x=6$ er dette regneudtryk = _______ .

(c) I et spil kan vi udregne antal point sådan:

A: Læg 4 til antal krydser.
B: Gang 2 med A-resultatet.

Angiv disse udregninger ved at skrive et regneudtryk med x:

Antal point = ____________________ .

Hvis $x=5$ er dette regneudtryk = _______ .

Samle led af samme type

Øvelse 4

x står for et tal.
På hver pakke står antal mønter den indeholder:

$\boxed{3}$ $\boxed{x}$ $\boxed{x}$

(a) Hvilke(t) af regneudtrykkene (1)-(3) angiver antal mønter i disse pakker?

(1) $3+x+x$
(2) $3+2\cdot x$
(3) $5\cdot x$

Svar: ____________________ .

(b) Hvis $x=4$ er $3+x+x$ = _______ .

(c) Hvis $x=4$ er $3+2\cdot x$ = _______ .

(d) Hvis $x=4$ er $5\cdot x$ = _______ .

Øvelse 5

x står for et tal.

På hver pakke står antal mønter den indeholder:

$\boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{8}\ \boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{6}$

(a) Hvilke(t) af regneudtrykkene (1)-(7) angiver antal mønter i disse pakker?

(1) $x+x+8+x+x+x+6$

(2) $2\cdot x+8+3\cdot x+6$

(3) $2x+8+3x+6$

(4) $14+5\cdot x$

(5) $19\cdot x$

(6) $19+x$

(7) $5x+14$

Svar: ____________________ .

(b) Hvis $x=2$ er $x+x+8+x+x+x+6 =$ _______ .

(c) Hvis $x=2$ er $2x+8+3x+6 =$ _______ .

Teori 6

I udtrykket

$$x+5+3x$$

har vi først x en gang og derefter tre gange, dvs. vi har x fire gange, så

$$x+5+3x = 4x+5 \ .$$

Ved at bruge samme tankegang får vi

$$2b+7+3+4a+6a+5b+1 = 11+7b+10a \ .$$

Øvelse 7

I hvert af regneudtrykkene (1)-(4) skal du samle led der er af samme type. Se Teori 6.

(1) $2x+x+4x =$ ____________________ .

(2) $2+5x+x+4+3x =$ ____________________ .

(3) $a+4b+2a+3b =$ ____________________ .

(4) $5+5+5k+11k =$ ____________________ .

Gange ind i parentes 1. del

Øvelse 8

m og n står for to tal.
På hver pakke står antal mønter den indeholder.
Nedenfor er vist hvor mange mønter hver af personerne A, B, C og D har.

A:	$\boxed{m}$ $\boxed{n}$	B:	$\boxed{m}$ $\boxed{n}$	C:	$\boxed{m}$ $\boxed{n}$	D:	$\boxed{m}$ $\boxed{n}$
			$\boxed{m}$ $\boxed{n}$		$\boxed{m}$		$\boxed{n}$
			$\boxed{m}$ $\boxed{n}$		$\boxed{m}$		$\boxed{n}$

(a) $m+n$ er antal mønter som _______ har.
(b) $3\cdot m+n$ er antal mønter som _______ har.
(c) $3\cdot(m+n)$ er antal mønter som _______ har.
(d) $3\cdot m+3\cdot n$ er antal mønter som _______ har.
(e) $m+3\cdot n$ er antal mønter som _______ har.
(f) Hvis $m=2$ og $n=4$, så er

$3\cdot(m+n)$ = _______ og

$3\cdot m+3\cdot n$ = _______ .

(g) Hvilke tal kan m og n være hvis udtrykkene $3\cdot(m+n)$ og $3\cdot m+3\cdot n$ skal være samme tal? Svar: ____________________ .

Teori 9

Et udtryk $a+b+c$ med flere led kan vi gange med et tal k ved at gange hvert led i udtrykket med k, dvs.

$$k\cdot(a+b+c) = k\cdot a+k\cdot b+k\cdot c$$

Det er + og – der skiller led, så $a\cdot b\cdot c$ indeholder kun ét led:

$$k\cdot(a\cdot b\cdot c) = k\cdot a\cdot b\cdot c$$

<u>Dette betyder:</u>

Vi kan omskrive $4\cdot(2+x)$ til $8+4x$

Vi kan <u>ikke</u> omskrive $4\cdot(2+x)$ til $8+x$

Vi kan <u>ikke</u> omskrive $4\cdot(2\cdot x)$ til $8\cdot 4x$

Vi kan omskrive $4\cdot(2\cdot x)$ til $8x$

<u>Vi kan ofte **reducere** et udtryk sådan:</u>

	$b+2(a+3b)+4a$	
$=$	$b+2a+6b+4a$	Først ganger vi ind i parentesen.
$=$	$6a+7b$	Så samler vi led af samme type.

Øvelse 10

Reducer:

(a) $3+5(x+2)+x+1$

$=$

$=$

(c) $2(x+2y)+3(2x)+3y$

$=$

$=$

(b) $(1+2a)3+2(a+2)$

$=$

$=$

(d) $2\cdot(4\cdot a+3\cdot b)+4+2\cdot(5\cdot b)$

$=$

$=$

Øvelse 11

Først køber vi 4 bøger, og derefter køber vi 7 bøger til. For hver bog betaler vi n mønter.

For de første 4 bøger betaler vi ____ · ____ mønter,

og for de næste 7 bøger betaler vi ____ · ____ mønter,

så vi betaler i alt ____ · ____ + ____ · ____ mønter for bøgerne.

Vi har i alt købt ____ + ____ bøger, og for hver af dem betaler vi ____ mønter,

så vi betaler i alt ____ · (____ + ____) mønter for bøgerne.

Rækkefølge af – og · samt af + og –

Øvelse 12

(a) På hver af de tomme pladser skal du skrive et af følgende udtryk:

$4+2 \qquad 4-2 \qquad 10-4+2 \qquad 10-4-2 \qquad 10+4-2 \qquad 10+4+2$

Hvis vi ser at vi har 10 mønter, derefter bruger 4 mønter og derefter får 2 mønter, så har vi ________________ mønter .

Hvis vi ser at vi har 10 mønter, derefter bruger 4 mønter og derefter bruger 2 mønter, så har vi brugt ________________ mønter og har ________________ mønter tilbage.

(b) På hver af de tomme pladser skal du skrive et af følgende udtryk:

$b+c \qquad b-c \qquad a-b+c \qquad a-b-c \qquad a+b-c \qquad a+b+c$

Hvis vi ser at vi har a mønter, derefter bruger b mønter og derefter får c mønter, så har vi ________________ mønter .

Hvis vi ser at vi har a mønter, derefter bruger b mønter og derefter bruger c mønter, så har vi brugt ________________ mønter og har ________________ mønter tilbage.

Teori 13

Når der før et tal står + og efter står + eller –, så kan vi selv vælge hvilket af de to tegn vi vil udregne først.

Når der før et tal står – og efter står + eller –, så er det minusset før vi skal udregne først.

Når et tal står mellem – og ·, så skal vi udregne gange før minus.

Dette betyder:

Vi kan omskrive $7+5-3$ til $12-3$

Vi kan omskrive $7+5-3$ til $7+2$

Vi kan omskrive $7-5+3$ til $2+3$

Vi kan ikke omskrive $7-5+3$ til $7-8$

Vi kan ikke omskrive $2\cdot a-a$ til $2\cdot 0$

Vi kan ikke omskrive $5-2\cdot x$ til $3\cdot x$

Hvis – skal udregnes før ·, så skal vi skrive en parentes:

Vi kan omskrive $(5-2)\cdot x$ til $3\cdot x$

Øvelse 14

(a) Kan vi omskrive $3x-x+x$ til $3\cdot 0+x$? Svar: _______ .

(b) Kan vi omskrive $3\cdot 2-2+2$ til $6-2+2$? Svar: _______ .

(c) Kan vi omskrive $3x-x+x$ til $3x-2x$? Svar: _______ .

(d) Kan vi omskrive $3\cdot 2-2+2$ til $3\cdot 2-4$? Svar: _______ .

(e) Kan vi omskrive $3\cdot 2+2-2$ til $3\cdot 2+0$? Svar: _______ .

(f) Kan vi omskrive $6+4-2$ til $10-2$? Svar: _______ .

(g) Kan vi omskrive $6+4-2$ til $6+2$? Svar: _______ .

(h) Kan vi omskrive $5-3-2\cdot x$ til $2-2\cdot x$? Svar: _______ .

Øvelse 15

På hver af de tomme pladser skal du skrive et af følgende udtryk:

$14-2\cdot 6$ $\quad (14-2)\cdot 6$ $\quad 14-2+6$ $\quad 14-2-6$

For en vare er prisen pr. stk. 14 mønter, men vi får en rabat på 2 mønter. For 6 stk. skal vi betale _______________ .

For en vare er prisen pr. stk. 2 mønter. Hvis vi ser at vi har 14 mønter, og derefter køber 6 stk. af varen, så har vi _______________ mønter tilbage.

Hvis vi ser at vi har 14 mønter, og derefter køber en vare til 2 mønter og en vare til 6 mønter, så har vi _______________ mønter tilbage.

Teori 16

I udtrykket

$$8x+5-7x$$

har vi først x otte gange, og derefter fjerner vi x syv gange, dvs. vi har x én gang tilbage, så

$$8x+5-7x \;=\; x+5 \;.$$

Ved at bruge samme tankegang får vi

$$6-5a-3b+4b+8-2a+b \;=\; 14-7a+2b \;.$$

Øvelse 17

I hvert af regneudtrykkene (1)-(5) skal du samle led der er af samme type. Se Teori 16 og Teori 6.

(1) $5x-x+4x \;=$ ____________________ .

(2) $2-5x+x-2+6x \;=$ ____________________ .

(3) $-3a-4b+3a+9b \;=$ ____________________ .

(4) $6-4-2k+11k \;=$ ____________________ .

(5) $5x-2y+3y-4x \;=$ ____________________ .

Øvelse 18

Reducér:

(a) $3(4+2x)-5x-10$

$=$

$=$

(b) $2(6x)-12+3(x+4)$

$=$

$=$

(c) $-5x+3\cdot(5\cdot x)-15$

$=$

$=$

(d) $(2+a+2b)\cdot 4-2+a-7b$

$=$

$=$

Gange ind i parentes 2. del

Øvelse 19

x står for et bestemt tal. I alle klasser er der 20 elever, og x af dem er piger.
På hver af de tomme pladser i (a)-(e) skal du skrive en af følgende sætninger:

piger i én klasse
drenge i én klasse
elever i én klasse
piger i fire klasser
drenge i fire klasser
elever i fire klasser

(a) $20-x$ er antal ______________________________ .

(b) $4\cdot(20-x)$ er antal ______________________________ .

(c) $4\cdot 20$ er antal ______________________________ .

(d) $4\cdot x$ er antal ______________________________ .

(e) $4\cdot 20-4\cdot x$ er antal ______________________________ .

(f) Når $x=8$ er $4\cdot(20-x)$ = _______ og $4\cdot 20-4\cdot x$ = _______ .

(g) Hvilke tal kan x være hvis udtrykkene $4\cdot(20-x)$ og $4\cdot 20-4\cdot x$ skal være samme tal? Svar: ______________________________ .

Teori 20

Et udtryk $a-b+c$ med flere led kan vi gange med et tal k ved at gange hvert led i udtrykket med k , dvs.

$$k\cdot(a-b+c) = k\cdot a-k\cdot b+k\cdot c$$

Det er + og – der skiller led, så $a\cdot b\cdot c$ indeholder kun ét led:

$$k\cdot(a\cdot b\cdot c) = k\cdot a\cdot b\cdot c$$

Dette betyder:

Vi kan omskrive $4\cdot(2-x)$ til $8-4x$

Vi kan ikke omskrive $4\cdot(2-x)$ til $8-x$

Vi kan ikke omskrive $4\cdot(2\cdot x)$ til $8\cdot 4x$

Vi kan omskrive $4\cdot(2\cdot x)$ til $8x$

Vi kan ofte **reducere** et udtryk sådan:

	$2b+2(a-3b)+5b$	
$=$	$2b+2a-6b+5b$	Først ganger vi ind i parentesen.
$=$	$2a+b$	Så samler vi led af samme type.

Øvelse 21

Reducér:

(a) $-4+3(x-2)+x+10$

$=$

$=$

(c) $3(2x+y)-5x-3y$

$=$

$=$

(b) $(3-2a)3+8(a+1)$

$=$

$=$

(d) $2\cdot(2\cdot a-4\cdot b)-a+4+10\cdot b$

$=$

$=$

Øvelse 22

Først køber vi x bøger som hver koster 19 mønter. Derefter leverer vi 7 bøger tilbage og får pengene igen.

(a) For de x bøger betalte vi ___________ mønter, og
for de 7 bøger får vi ____ · ____ mønter tilbage,
så for de bøger vi beholder, har vi betalt ___________ – ____ · ____ mønter.

(b) Antallet af bøger vi beholder er ___________ ,
og vi betalte ____ mønter for hver bog,
så for de bøger vi beholder, har vi betalt ____ · (___________) mønter.

Hæve parentes

Øvelse 23

(a) Vi ser at vi har 15 mønter. Derefter køber vi en vare til 8 mønter, og derefter en vare til 3 mønter.

På hver af de tomme pladser skal du skrive en af følgende:

betalt for de to varer
tilbage når vi har købt den første vare
tilbage når vi har købt begge varer

$15-8$ er antal mønter vi har ______________________________________ .

$15-8-3$ er antal mønter vi har ______________________________________ .

$8+3$ er antal mønter vi har ______________________________________ .

$15-(8+3)$ er antal mønter vi har ______________________________________ .

Øvelsen fortsætter på næste side!

(b) Vi ser at vi har a mønter. Derefter køber vi en vare til b mønter, og derefter en vare til c mønter.

På hver af de tomme pladser skal du skrive en af følgende:

betalt for de to varer
tilbage når vi har købt den første vare
tilbage når vi har købt begge varer

$a-b$ er antal mønter vi har ____ .

$a-b-c$ er antal mønter vi har ____ .

$b+c$ er antal mønter vi har ____ .

$a-(b+c)$ er antal mønter vi har ____ .

(c) Hvis $a=50$, $b=20$ og $c=10$ er

$a-b-c$ = _______ og $a-(b+c)$ = _______ .

(d) Hvilke tal kan a, b og c være hvis de to udtryk $a-(b+c)$ og $a-b-c$ skal være samme tal? Svar: ____ .

Teori 24

Når

der foran parentesen er $-$, og
efter parentesen er $+$, $-$ eller ingenting

så kan vi

fjerne parentesen og minusset foran hvis vi
samtidig ændrer fortegnet for hvert led i parentesen.

Når vi gør dette, siger vi at vi hæver minusparentesen.

Når

der foran parentesen er $+$, og
efter parentesen er $+$, $-$ eller ingenting

så kan vi

fjerne parentesen og plusset foran.

Når vi gør dette, siger vi at vi hæver plusparentesen.

Dette betyder:

Disse tegn skal fjernes.

$$14-(+5-3\cdot y) \;=\; 14 \quad -5+3\cdot y$$

Disse tegn skal ændres.

$$\begin{aligned} & 8-(x-3)+(5-2\cdot x) \\ =\; & 8-(+x-3)+(+5-2\cdot x) \\ =\; & 8 \quad -x+3 \quad +5-2\cdot x \end{aligned}$$

Denne linje skriver vi normalt ikke.

$$\begin{aligned} & (-a+b)-(-c+d-e) \\ =\; & +(-a+b)-(-c+d-e) \\ =\; & \quad -a+b \quad +c-d+e \end{aligned}$$

Denne linje skriver vi normalt ikke.

$-(-4\cdot x) \;=\; 4\cdot x$ og $5+(-2) \;=\; 5-2$

Øvelse 25

Reducér:

(a) $-(x-4)+(x+3)$

$=$

$=$

(b) $(5-2x)-(-2+x)$

$=$

$=$

(c) $3a-(7-2a+b)+b$

$=$

$=$

(d) $-(-a+b-5)-(b+5)$

$=$

$=$

(e) $1-(-2y)-(-2+y)$

$=$

$=$

(f) $x+(-5)-(-1+3x)$

$=$

$=$

Øvelse 26

Vi har 65 mønter. Først betaler vi x mønter for en vare, men vi får 10 mønter tilbage fordi der en mangel ved varen.

(a) Lige da vi havde betalt de x mønter havde vi ___________ mønter.
Da vi havde fået mønter tilbage, havde vi ____ – ____ + ____ mønter.

(b) Da vi havde fået mønter tilbage, havde vi betalt ___________ mønter for varen,
så vi havde ____ – (___________) mønter.

Teori 27

Vi kan ofte **reducere** et udtryk sådan:

	$2x-3(4-2x)$	
$=$	$2x-(12-6x)$	Først ganger vi ind i parentesen.
$=$	$2x\quad -12+6x$	Så hæver vi minusparentesen.
$=$	$8x-12$	Så samler vi led af samme type.

Øvelse 28

Reducér:

(a) $3(4-x)-(2x-2)$

$=$

$=$

(b) $3x-4-4(2-x)$

$=$

$=$

$=$

(c) $3+5(3+4x)-(-x)$

$=$

$=$

(d) $-3(2x+1)-(3-4x)\cdot 2$

$=$

$=$

$=$

(e) $a(4+b)-2ab+(-3a)$

$=$

$=$

(f) $4(1+2b)-(2a-3)b$

$=$

$=$

$=$

Brøk (division)

Teori 29

Vi vil skrive division som en brøk.

At

12 divideret med 4 er 3

skriver vi sådan

$$\frac{12}{4}=3 \ .$$

Teori 30

Halvdelen af

$6\cdot x$ $\boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{x}$

er

$3\cdot x$ $\boxed{x}\ \boxed{x}\ \boxed{x}$

dvs.

$$\frac{6\cdot x}{2} = 3\cdot x$$

Da der står $\cdot$ mellem 6 og x, må vi dividere 2 op i 6.

Teori 31

Halvdelen af

$6+x$ $\quad \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{\quad x \quad}$

er <u>ikke</u>

$3+x$ $\quad \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{\quad x \quad}$

dvs.

$\dfrac{6+x}{2}$ kan vi <u>ikke</u> omskrive til $3+x$.

Da der står + mellem 6 og *x*, må vi <u>ikke</u> dividere 2 op i 6.

Hvis der står minus må vi heller ikke dividere 2 op i 6:

$\dfrac{6-x}{2}$ kan vi <u>ikke</u> omskrive til $3-x$.

<u>Der gælder altså:</u>

$\dfrac{15 \cdot x-8}{5}$ kan vi <u>ikke</u> omskrive til $3 \cdot x-8$

$\dfrac{7 \cdot x+10}{5}$ kan vi <u>ikke</u> omskrive til $7 \cdot x+2$.

Øvelse 32

(a) Kan vi omskrive $\dfrac{12 \cdot 20}{4}$ til $3 \cdot 5$? Svar: _______ .

(b) Kan vi omskrive $\dfrac{12 \cdot 20}{4}$ til $3 \cdot 20$? Svar: _______ .

(c) Kan vi omskrive $\dfrac{12 \cdot 20}{4}$ til $12 \cdot 5$? Svar: _______ .

(d) Kan vi omskrive $\dfrac{12+1}{4}$ til $3+1$? Svar: _______ .

Øvelse 33

Reducér:

(a) $\dfrac{8+9a-7}{3} =$

(b) $\dfrac{x \cdot 12}{4} - \dfrac{12 \cdot x}{6} =$

(c) $\dfrac{3x+11x}{7} =$

(d) $\dfrac{26+5(x-4)}{3} =$

Teori 34

Der gælder:

$$\frac{a \cdot x}{a} = 1 \cdot x = x$$

$$\frac{a \cdot x}{a} = x \qquad \text{og} \qquad \frac{x \cdot a}{a} = x$$

$$a \cdot \frac{x}{a} = x \qquad \text{og} \qquad \frac{x}{a} \cdot a = x$$

$$\frac{-4x}{-4} = x \qquad \text{og} \qquad \frac{x \cdot (-4)}{-4} = x$$

$$-4 \cdot \frac{x}{-4} = x \qquad \text{og} \qquad \frac{x}{-4} \cdot (-4) = x$$

$\frac{x+a}{a}$ kan vi ikke omskrive til x

$\frac{a+x}{a}$ kan vi ikke omskrive til x

$\frac{x-a}{a}$ kan vi ikke omskrive til x

Øvelse 35

Reducér:

(a) $\frac{1-2x+4+3x}{5} =$

(b) $\frac{a+3a+2a}{6} =$

(c) $\frac{x \cdot 8}{8} + \frac{k \cdot x}{k} =$

(d) $\frac{-(3-4x)-2}{4} =$

(e) $3 \cdot \frac{x}{3} - \frac{x}{7} \cdot 7 =$

(f) $k - k \cdot \frac{x}{k} + \frac{kx}{k} =$

(g) $\frac{-2x}{-2} - 2 =$

(h) $2a + \frac{a}{-6} \cdot (-6) =$

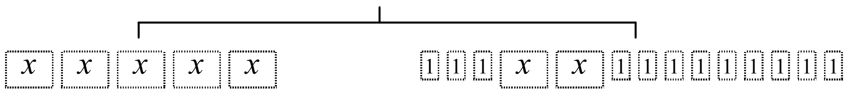
Ligninger

Teori 36

Tænk på en vægt når du løser ligninger.

x står for et tal. På hver pakke står hvor mange lodder den indeholder.

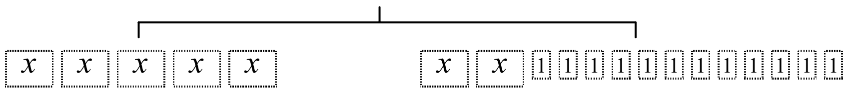
Vi har anbragt nogle pakker på hver af vægtens skåle:



Vi ser at der er ligevægt.
Dette kan vi skrive som en ligning:

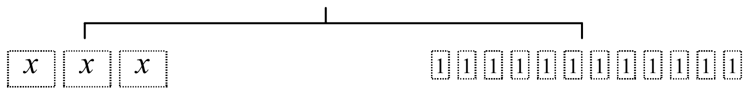
$$5x \;=\; 3+2x+9$$

Vi omskriver den ene side i ligningen, dvs. flytter rundt på pakkerne på den ene vægtskål. Der må stadig være ligevægt:



$$5x \;=\; 2x+12$$

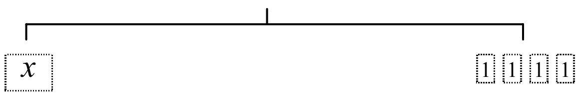
Vi trækker $2x$ fra begge ligningens sider, dvs. fjerner $2x$ fra begge vægtskåle. Der må stadig være ligevægt:



$$5x \;-2x \;=\; 2x+12 \;-2x$$

$$3x \;=\; 12$$

Vi dividerer begge ligningens sider med 3. På hver af vægtskålene er der nu en tredjedel af det der var før. Der må stadig være ligevægt: :



$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

Pakken med x lodder vejer det samme som fire lodder, dvs. $x = 4$.

Teori 37

Regler vi kan bruge til at løse ligninger:

Vi må lægge det samme tal til begge sider af lighedstegnet.

Vi må trække det samme tal fra begge sider af lighedstegnet.

Vi må gange begge sider af lighedstegnet med det samme tal hvis det tal vi ganger med, ikke er nul.

Vi må dividere begge sider af lighedstegnet med det samme tal hvis det tal vi dividerer med, ikke er nul.

Vi kan også omskrive en af ligningens sider ved hjælp af de regler der står i de foregående afsnit.

Øvelse 38

Hvad gør vi ved begge sider i $x + 14 = 25$ for at få ligningen $x = 11$?
Svar: ________________________________ .

Hvad gør vi ved begge sider i $x - 8 = 13$ for at få ligningen $x = 21$?
Svar: ________________________________ .

Hvad gør vi ved begge sider i $8x = 40$ for at få ligningen $x = 5$?
Svar: ________________________________ .

Hvad gør vi ved begge sider i $\frac{x}{5} = 9$ for at få ligningen $x = 45$?

Svar: ________________________________ .

Øvelse 39

Skriv mellemregning der viser hvad vi har gjort ved begge sider i ligningen:

(a) Af $19 = 4 + x$
får vi
så $15 = x$

(b) Af $\frac{x}{-5} = 12$
får vi
så $x = -60$

(c) Af $11 - x = 0$
får vi
så $11 = x$

(d) Af $-7x = -21$
får vi
så $x = 3$

Øvelse 40

Løs ligningerne.

(1) $-14 = x + 8$ (2) $-32 = 8x$ (3) $\frac{x}{3} = -12$

(4) $9 = x \cdot \frac{1}{2}$ (5) $-1 + x = 3$ (6) $7 = -x$

Øvelse 41

Løs ligningerne.

(1) $8x - 18 = 6$ (2) $8x - 18 = 6x$ (3) $8 - 7x = -6$

(4) $14 = -3x + 5$ (5) $12 = -3 + 5x$ (6) $-x = 8 - 5x$

Øvelse 42

Løs ligningerne.

(1) $3x + 4 = 16 - 3x$ (2) $-3 + 4x = 4 - 3x$ (3) $13 - x = x + 1$

Øvelse 43

Løs ligningerne.

(1) $2+5x=2x+11$ (2) $3x-4=-2x+6$ (3) $-6x+4=3x+4$

Øvelse 44

Løs ligningerne.

(1) $5-(3x+6)=2x+9$ (2) $6-3(x+2)=x+12$ (3) $1-4x=4-3(2x+5)$

Øvelse 45

Løs ligningerne.

(1) $-(2x-4)+2(1-3x)=-2$ (2) $5(-x+2)=3(4-3x)$

Øvelse 46

(a) Følgende er oplyst:

Når vi lægger 6 til antal drenge, så får vi det samme som hvis vi ganger antal drenge med 4.

Skriv denne oplysning som en ligning hvor *d* står for antal drenge, og bestem antal drenge.

Ligning:

(b) Følgende er oplyst:

Når vi ganger antal piger med 3 og lægger 8 til, så får vi det samme som når vi ganger antal piger med 5.

Skriv denne oplysning som en ligning hvor *p* står for antal piger, og bestem antal piger.

Ligning:

Øvelse 47

(a) Følgende er oplyst:

Når vi lægger 7 til antal drenge og ganger resultatet med 8, så får vi 96.

Skriv denne oplysning som en ligning hvor *d* står for antal drenge, og bestem antal drenge.

Ligning:

(b) Følgende er oplyst:

Når vi trækker antal piger fra 32 og trækker resultatet fra 24, så får vi 13.

Skriv denne oplysning som en ligning hvor *p* står for antal piger, og bestem antal piger.

Ligning:

Isolere

<u>Teori 48</u>

I en opgave står at vi skal <u>isolere</u> m i ligningen

$$n = 2m - 1 \ .$$

<u>Dette betyder:</u> Vi skal omforme ligningen så m står alene på den ene side.

For at isolere m starter vi med at lægge 1 til begge ligningens sider. Så får vi

$$n+1 = 2m \ .$$

Nu dividerer vi begge ligningens sider med 2:

$$\frac{n+1}{2} = \frac{2m}{2} \ .$$

Ved at reducere ligningens venstre side får vi ligningen

$$\frac{n+1}{2} = m$$

hvor m er isoleret.

Resultatet på opgaven er

$$m = \frac{n+1}{2}$$

<u>Øvelse 49</u>

(a) Isolér x i ligningen

$$t = 3 \cdot x + 10$$

(b) Isolér x i ligningen

$$m = 2 \cdot x + n$$

<u>Øvelse 50</u>

(a) Isolér k i ligningen

$$t = 2 \cdot (k+3) - 1$$

(b) Isolér r i ligningen

$$r - (2 - r) = s - 2$$

Øvelse 51

(a) Tallet a i ligningen er ikke 0.
Isolér x .

$$y = ax + b$$

(b) Isolér x i ligningen. Start med at gange begge sider med 5 .

$$\frac{x+4}{5} = y$$

Øvelse 52

I ligningerne er m og t ikke 0 . Isolér t i hver af ligningerne.

(1) $N = m \cdot t$

(2) $N = \dfrac{t}{m}$

(3) $N = \dfrac{m}{t}$

Øvelse 53

(a) I ligningen er m ikke 0. Isolér b .

$$y = 4m(b-a)$$

(b) I ligningen er m ikke 0. Isolér a .

$$y = 4m(b-a)$$

(c) I ligningen er $b-a$ ikke 0. Isolér m .

$$y = 4m(b-a)$$

Øvelse 54

(a) I ligningen er a og e ikke 0.
Isolér e .

$$a = \frac{b \cdot c + d}{e}$$

(b) I ligningen er e ikke 0.
Isolér d .

$$a = \frac{b \cdot c + d}{e}$$

Øvelse 55

Vi kan finde arealet A af en bestemt type figurer ved hjælp af følgende opskrift:

A. Læg 2 til grundlinjen g.
B. Gang A-resultatet med højden h.

(a) Skriv denne opskrift som en ligning

$A =$

(b) Isolér g i denne ligning:

(c) Skriv resultatet fra (b) som en opskrift af samme type som den ovenfor:

A.

B.

Øvelse 56

Vi kan finde omkredsen O af en bestemt type figurer ved hjælp af følgende opskrift:

A. Gang bredden b med 4.
B. Gang højden h med 2.
C. Læg B-resultatet til A-resultatet.

(a) Skriv denne opskrift som en ligning

$O =$

(b) Isolér h i denne ligning:

(c) Skriv resultatet fra (b) som en opskrift af samme type som den ovenfor:

A.

B.

C.

x^2

Teori 57

Udtrykket

$$4^2$$

læses

4 i anden

og betyder

4 ganget med sig selv

dvs.

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16 \;.$$

For alle tal x er

$$x^2 = x \cdot x \;.$$

På lommeregneren kan vi udregne at

$$1{,}4^2 = 1{,}96$$

I udtryk som

$$-x^2 \;, \quad 1+3^2 \;, \quad 4 \cdot 3^2$$

skal vi opløfte til anden før vi bruger –, + og · , så der gælder

$$-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$2x^2 = 2 \cdot x \cdot x$$

$$(2x)^2 = (2x) \cdot (2x) = 2 \cdot x \cdot 2 \cdot x = 4x^2$$

Øvelse 58

(a) Når $t = 3$ er $5t^2 =$

(b) Når $h = 2$ er $\dfrac{12}{h^2} =$

Øvelse 59

(a) Tallene u og a er ikke 0.
Isolér a i ligningen

$$u = \frac{my^2}{a}$$

(b) Tallene y og a er ikke 0.
Isolér m i ligningen

$$u = \frac{my^2}{a}$$

Teori 60

Vi lader k stå for et positivt tal.

Udtrykket

$$\sqrt{k}$$

læses

kvadratroden af k

og er den positive løsning til ligningen

$$x^2 = k \ .$$

Når vi kun ser på positive tal x, så gælder at ligningen

$$x^2 = 62$$

har løsningen

$$x = \sqrt{62} \ .$$

Vi udregner kvadratroden på lommeregner og får

$$x = 7{,}874$$

Øvelse 61

(a) Om et positivt tal t gælder

$$t^2 = 73$$

Vi kan skrive dette tal ved hjælp af rodtegn:

$t =$

Vi udregner kvadratroden på lommeregner og får

$t =$

(b) I ligningen står x og m for positive tal. Isolér x.

$$x^2 = m$$

(c) I ligningen står y, k og m for positive tal. Isolér y.

$$y^2 = k+m$$

Teori 62

Vi vil finde det positive tal x som er løsning til ligningen

$$13 + 3 \cdot x^2 \;=\; 20 \;.$$

Først isolerer vi x^2 :

$$13 + 3 \cdot x^2 \;{\scriptstyle -13} \;=\; 20 \;{\scriptstyle -13}$$

$$3 \cdot x^2 \;=\; 7$$

$$\frac{3 \cdot x^2}{3} \;=\; \frac{7}{3}$$

$$x^2 \;=\; \tfrac{7}{3}$$

Af reglen fra teori 60 får vi

$$x \;=\; \sqrt{\tfrac{7}{3}}$$

Vi udregner kvadratroden på lommeregner og får

$$x \;=\; 1{,}528$$

dvs. $\underline{\underline{1{,}528}}$ er det positive tal som er løsning til $13 + 3 \cdot x^2 \;=\; 20$.

Øvelse 63

(a) Find det positive tal x som er løsning til ligningen

$$6x^2 = 5$$

(b) Find det positive tal a som er løsning til ligningen

$$\frac{a^2}{4} = 9$$

(c) Find det positive tal N som er løsning til ligningen

$$N^2 - 5 = 76$$

Øvelse 64

(a) Find det positive tal t som er løsning til ligningen

$$t^2 + 2 = 123$$

(b) Find det positive tal p som er løsning til ligningen

$$42 - p^2 = 17$$

(c) Find det positive tal y som er løsning til ligningen

$$12 = 6 + 2y^2$$

Øvelse 65

I denne øvelse står c, h og x for positive tal.

(a) Isolér c i ligningen

$$h = c^2 - x$$

(b) Isolér x i ligningen

$$h = c^2 \cdot x$$

(c) Isolér h i ligningen

$$\frac{h}{c^2} = x$$

Øvelse 66

I denne øvelse står B, k, m og r for postive tal.

(a) Isolér m i ligningen

$$B = \frac{r^2 \cdot k}{m}$$

(b) Isolér k i ligningen

$$B = \frac{r^2 \cdot k}{m}$$

(c) Isolér r i ligningen

$$B = \frac{r^2 \cdot k}{m}$$

Øvelse 67

Vi kan finde rumfanget V af en bestemt type figurer ved hjælp af følgende opskrift:

A. Opløft tykkelsen d til anden.
B. Gang A-resultatet med højden h.
C. Gang B-resultatet med 5.

(a) Skriv denne opskrift som en ligning

$V =$

(b) Udregn rumfanget når tykkelsen er 2 og højden er 6.

$V =$

(c) Udregn tykkelsen når rumfanget er 72 og højden er 10.