

Renteformlen, et eksempel på en eksponentiel sammenhæng

Teori Hvorfor gælder renteformlen?

Vi sætter 34 000 kr. i banken

til en fast årlig rente $r = 5,8\% = 0,058$

Hvert år stiger beløbet til $105,8\%$ af hvad det var året før

Dvs. hvert år ganges beløbet med $1,058 = 1 + r$

Beløbene på kontoen kan vi beregne sådan:

Start: 34000

Efter 1 år: $34000 \cdot 1,058$

Efter 2 år: $34000 \cdot 1,058 \cdot 1,058$

⋮

Efter 6 år: $34000 \cdot 1,058 \cdot 1,058 \cdot 1,058 \cdot 1,058 \cdot 1,058 \cdot 1,058$

Beløbet $34000 \cdot 1,058$ skal ganges med $1,058$ for at få det beløb der er $5,8\%$ større.

Dette kan vi skrive kortere ved hjælp af potens:

Efter 6 år: $34000 \cdot 1,058^6 = 47\,686,22$

Man bruger ofte følgende symboler:

$$K = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

hvor

$n = 6$ er antallet af terminer.

$r = 5,8\% = 0,058$ er den procent der tilskrives i rente hver termin.

$K_0 = 34000$ er startkapitalen.

$K = 47\,686,22$ er kapitalen efter 6 terminer.

En termin er den tid der går mellem to rentetilskrivninger. I dette eksempel er en termin lig et år.

SÆTNING Renteformlen

Hvis vi indsætter et beløb på en konto, så er

$$K = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

hvor

n er antallet af terminer.

r er den procent der tilskrives i rente hver termin.

K_0 er startkapitalen.

K er kapitalen efter n terminer.

Eksempel Hvordan kan vi udregne antallet af terminer?

Spørgsmål: Vi sætter 34 000 kr. i banken til en fast årlig rente på 5,8%. Efter hvor mange år er beløbet vokset til 70 000 kr.?

Svar: Vi bruger renteformlen

$$K = K_0 \cdot (1+r)^n$$

hvor

Antal terminer $n =$ det tal vi skal bestemme.

Renteprocenten $r = 5,8\% = 0,058$

Startkapitalen $K_0 = 34\,000$

Kapital efter n terminer $K = 70\,000$

Ved at sætte disse tal ind i renteformlen får vi

$$70\,000 = 34\,000 \cdot (1+0,058)^n$$

Vi taster denne formel og får den løst mht. n og får

$$n = 12,8$$

så

efter 13 år er beløbet vokset til ca. 70 000 kr.

Bemærkning: Beløbet på kontoen vokser eksponentielt

Hvis vi sætter 34 000 kr. i banken til en fast årlig rente på 5,8%, så følger af renteformlen at kapitalen K efter n år er

$$K = 34\,000 \cdot 1,058^n .$$

Denne sammenhæng er eksponentiel, dvs. af typen $y = b \cdot a^x$, vi har blot brugt K og n i stedet for y og x .

Øvelse De 4 opgavetyper med renteformlen

I hvert af tilfældene (1)-(4) skal du gøre følgende:

Skriv for hvert af symbolerne n , r , K_0 og K fra renteformlen dets talværdi som vist i eksemplet ovenfor, eller skriv at den er ukendt. Bestem det ukendte tal.

- (1) Vi sætter 5 000 kr. i banken til en fast årlig rente på 6%. Efter hvor mange år er beløbet vokset til 8 000 kr.?
- (2) Vi sætter et beløb i banken til en fast årlig rente på 4,5%. Efter 8 år er beløbet vokset til 1280 kr.
Hvor stort et beløb satte vi i banken?
- (3) Vi sætter 500 kr. i banken til en fast årlig rente på 3%.
Hvor stort et beløb står på kontoen efter efter 16 år?
- (4) Vi sætter 700 kr. i banken til en fast årlig renteprocent. Efter 15 år er beløbet vokset til 1067 kr.
Bestem den årlige renteprocent.

Renteformlen, et eksempel på en eksponentiel sammenhæng

© 2011 Karsten Juul

Disse sider kan downloades fra www.mat1.dk

Siderne må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til kj@mat1.dk som dels oplyser at disse sider benyttes, dels oplyser om hold, lærer og skole.