

Potenssammenhænge

1. Hvad er en potenssammenhæng?

En sammenhæng er en **potenssammenhæng** hvis den har en ligning af typen

$$y = b \cdot x^a$$

b skal være et positivt tal. a behøver ikke være positiv. Vi må kun sætte positive tal ind for x .

Tallet a er **eksponenten** i ligningen $y = b \cdot x^a$.

2. Reglen om potensvækst

Om en potenssammenhæng $y = b \cdot x^a$ gælder for ethvert positivt tal k :

Når x bliver ganget med k , så bliver y ganget med k^a .

3. Udregn procentændring for potenssammenhæng.

Opgave

Et dyr vokser sådan at $y = 2,7 \cdot x^{1,6}$ hvor y er **vægten** i gram, og x er **længden** i cm.

Når **længden** er blevet 40 % større, hvor mange procent større er **vægten** så blevet?

Besvarelse

At x bliver 40 % større, er det samme som

at x bliver ganget med 1,40 . ($100 \% + 40 \% = 140 \% = 140:100 = 1,40$)

Når x bliver ganget med 1,40 , så bliver y ganget med

$$1,40^{1,6} = 1,71319 \approx 1,71 \quad \text{ifølge reglen om potensvækst (ramme 2)}$$

At y bliver ganget med 1,71 , er det samme som

at y bliver 71 % større. ($100\% \cdot 1,71 = 171\%$. $171 \% - 100 \% = 71 \%$)

Når **længden** er blevet 40 % større, er **vægten** blevet **71 %** større.

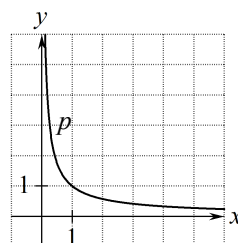
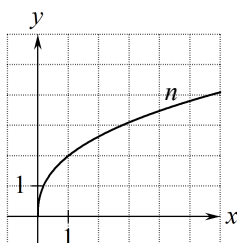
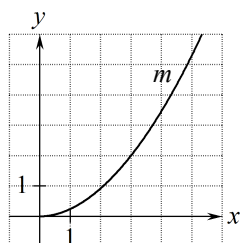
4. Graf for potenssammenhæng.

For en potenssammenhæng $y = b \cdot x^a$ gælder:

Hvis en potenssammenhæng er **aftagende** (dvs. eksponenten a er **negativ**), så ligner grafen **p**.

Hvis en potenssammenhæng er **voksende** (dvs. eksponenten a er **positiv**), så ligner grafen **m** eller **n** .

Hvis eksponenten a er 1, så er grafen dog en ret linje og ligner derfor ikke **m** eller **n**.



5. Potensregression.

Opgave

De målte tal i tabellen viser for et bestemt dyr sammenhængen mellem alder og længde.

Alder i døgn	10	15	20	30	40	50
Længde i mm	43	60	74	105	132	155

Sammenhængen kan med god tilnærmelse beskrives med en sammenhæng af typen $y = b \cdot x^a$ hvor y er længde (målt i mm), og x er alder (målt i døgn). Bestem a og b .

Besvarelse

Denne tabel taster vi sådan at alder er i x -søjlen og længde er i y -søjlen. Nspire laver **potensregression på hele tabellen** og får

$$y = 6,79203 \cdot x^{0,802027} \quad \text{dvs.} \quad a = 0,802 \quad \text{og} \quad b = 6,79$$

Bemærk

Hvis vi ikke bruger hele tabellen, så duer besvarelsen ikke.

Grafen for $y = 6,79203 \cdot x^{0,802027}$ går ikke gennem tabel-punkterne, men det er den potensgraf der afviger mindst fra punkterne.

Sådan taster vi på Nspire

Vi vælger et vindue af typen "Lister og Regneark" og taster tabellen som vist til højre.

I menuen vælger vi Statistik/Statistiske beregninger.../Potensregression...

Så fremkommer et vindue vi udfylder som vist nederst til højre.

Du skal ikke taste det der står i X-liste-feltet og Y-liste-feltet, du skal vælge det.

Når vi i et matematikfelt i et notevindue

taster $f(x)$ og trykker på (enter)

får vi

$$f(x) = 6.79203 \cdot x^{0.802027}$$

A	xv	B	yv
	10		43
	15		60
	20		74
	30		105
	40		132
	50		155

Potensregression	
X-liste:	xv
Y-liste:	yv
Gem RegEqn i:	f
Frekvensliste:	1

Hvis potensfunktionen er aftagende, skriver Nspire en brøk:

$$f(x) = \frac{31.9605}{x^{1.12554}}$$

Dette skal du selv skrive om til formen $b \cdot x^a$. Husk at **tilføje et minus** foran eksponenten:

$$y = 31,9605 \cdot x^{-1,12554}$$

6. Udregn a og b i $y = b \cdot x^a$ ud fra to punkter.

Opgave Punkterne $(x, y) = (2, 5)$ og $(x, y) = (3, 7)$ ligger på grafen for sammenhængen $y = b \cdot x^a$. Udregn tallene a og b .

Besvarelse

Nspire laver **potensregression** på følgende tabel:

$$x: \quad 2 \quad 3$$

$$y: \quad 5 \quad 7$$

og får $a = 0,829843$ og $b = 2,81295$

Proportionale og omvendt proportionale variable

7. Proportionale variable.

7a. Hvornår er to variable proportionale?

Om to variable x og y siger vi at

y er proportional med x

hvis

$y = k \cdot x$ og k er det samme tal for alle værdier af x .

7b. Opgave

De to variable x og y er proportionale.

Tabellen viser nogle sammenhørende værdier af x og y .

Hvad er y når x er 10?

Hvad er x når y er 15?

x	24	36	92
y	18	27	69

I opgaven står ikke at vi skal udregne k .
Vi skal selv vide at vi skal udregne k først,
så vi kan bruge k til at udregne de tal der er spurgt om.

Besvarelse

Udregne k :

Da x og y er proportionale, er der et tal k så

$$(1) \quad y = k \cdot x.$$

I tabellen ser vi at når $x = 24$ er $y = 18$.

Dette indsætter vi i (1):

$$18 = k \cdot 24$$

Denne ligning løser vi mht. k og får

$$0,75 = k$$

Dette tal indsætter vi i (1) og får ligningen for sammenhængen mellem x og y :

$$(2) \quad y = 0,75 \cdot x$$

Vi kan løse ligningen ved at dividere begge sider med 24.

Udregne y :

For at finde y når x er 10, sætter vi x til 10 i (2):

$$y = 0,75 \cdot 10$$

Heraf får vi $y = 7,5$ så

y er **7,5** når x er 10

Udregne x :

For at finde x når y er 15, sætter vi y til 15 i (2):

$$15 = 0,75 \cdot x$$

Vi løser denne ligning mht. x og får

$$20 = x$$

så

x er **20** når y er 15

Vi kan løse ligningen ved at dividere begge sider med 0,75.

8. Omvendt proportionale variable.

8a. Hvornår er to variable omvendt proportionale?

Om to variable x og y siger vi at

y er omvendt proportional med x
hvis

$$y = \frac{k}{x} \quad \text{og} \quad k \text{ er det samme tal for alle værdier af } x.$$

8b. Opgave

De to variable x og y er omvendt proportionale.

Hvad skal der stå på de tomme pladser i tabellen?

x		12	36
y	9	6	

Besvarelse

Udregne k :

I opgaven står ikke at vi skal udregne k .
Vi skal selv vide at vi skal udregne k først,
så vi kan bruge k til at udregne de tal der er spurgt om.

Da x og y er omvendt proportionale, er der et tal k så

$$(1) \quad y = \frac{k}{x}.$$

I tabellen ser vi at når $x=12$ er $y=6$. Dette indsætter vi i (1):

$$6 = \frac{k}{12}$$

Vi kan løse ligningen ved at gange begge sider med 12.

Vi løser denne ligning mht. k og får

$$72 = k$$

Dette tal indsætter vi i (1) og får ligningen for sammenhængen mellem x og y :

$$(2) \quad y = \frac{72}{x}$$

Udregne y :

For at finde y når x er 36, sætter vi x til 36 i (2):

$$y = \frac{72}{36}$$

Heraf får vi $y=2$ så

y er **2** når x er 36

Udregne x :

For at finde x når y er 9, sætter vi y til 9 i (2):

$$9 = \frac{72}{x}$$

Vi kan løse ligningen ved først at gange begge sider med x og derefter at dividere begge sider med 9.

Vi løser denne ligning mht. x og får

$$x = 8$$

så

x er **8** når y er 9