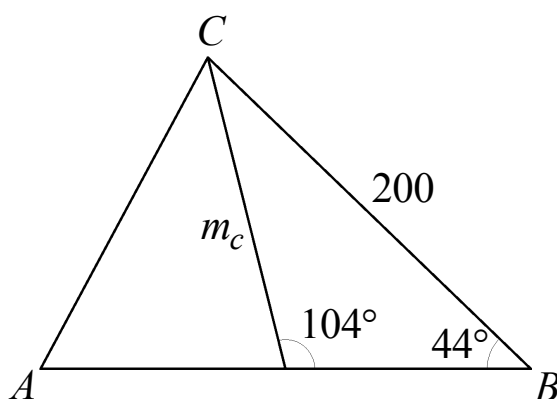


# Øvelser

til hæftet

## Kortfattet Trekantsberegning for gymnasiet og hf



Dette hæfte indeholder bl.a. mange usædvanlige opgaver som løses hurtigt og får eleverne til efterhånden at vænne sig til at behandle stoffet på en mere abstrakt måde sådan at de får nemmere ved at lære matematikken.

## Indhold

1. Højde og areal.....	1
2. Pythagoras' sætning .....	3
3. Ensvinklede trekanter .....	6
4. Cosinus og sinus i retvinklet trekant.....	11
5. Tangens i retvinklet trekant .....	19
6. Vinkler .....	23
7. Udregne areal ved hjælp af sinus.....	25
8. Sinusrelationen .....	26
9. Cosinusrelationen .....	29
10. Tilføjelser.....	32

Øvelser til hæftet "Kortfattet trekantsberegning for gymnasiet og hf"

© 2010 Karsten Juul

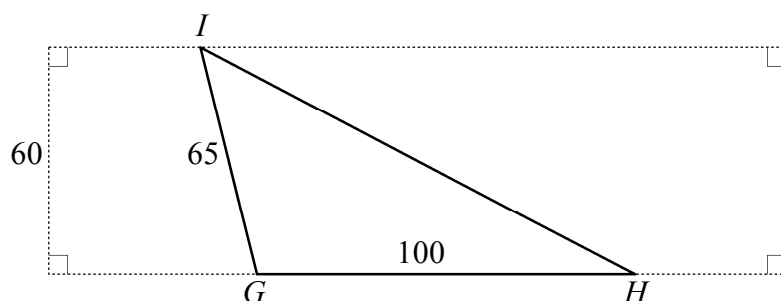
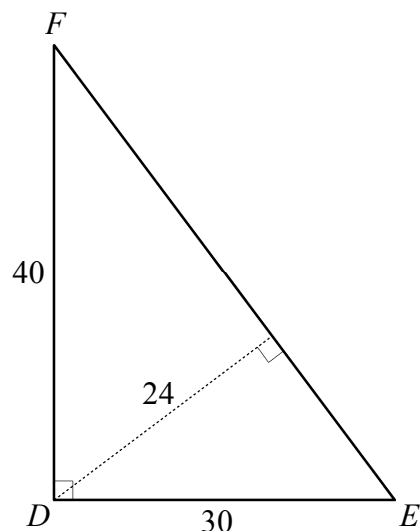
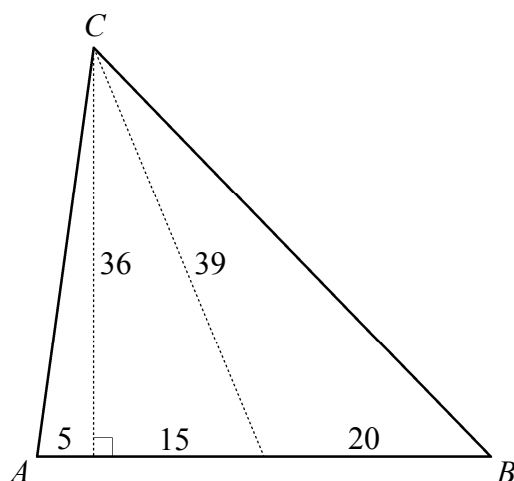
27/12-2013

Dette hæfte kan downloades fra [www.mat1.dk](http://www.mat1.dk)

Hæftet må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til [kj@mat1.dk](mailto:kj@mat1.dk) som dels oplyser at dette hæfte benyttes, dels oplyser om hold, lærer og skole.

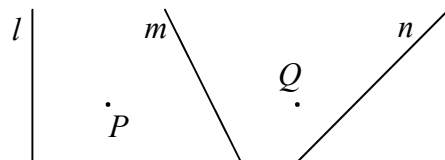
### Øvelse 1.1

Udregn arealet af hver af de tre trekanter  $ABC$ ,  $DEF$  og  $GHI$ .



### Øvelse 1.2

- (a) Tegn en linje der går gennem  $P$  og er vinkelret på  $l$ .
- (b) Tegn en linje der går gennem  $P$  og er vinkelret på  $m$ .
- (c) Tegn en linje der går gennem  $Q$  og er vinkelret på  $m$ .
- (d) Tegn en linje der går gennem  $Q$  og er vinkelret på  $n$ .



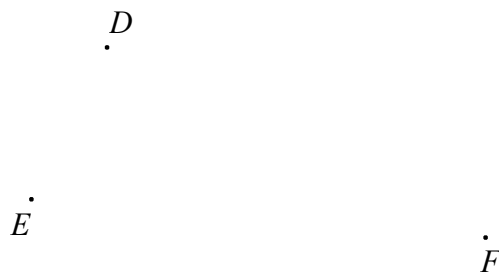
### Øvelse 1.3

- (a) Tegn en linje gennem  $A$  som er vinkelret på linjen gennem  $B$  og  $C$ .
- (b) Tegn en linje gennem  $B$  som er vinkelret på linjen gennem  $A$  og  $C$ .
- (c) Tegn en linje gennem  $C$  som er vinkelret på linjen gennem  $A$  og  $B$ .



### Øvelse 1.4

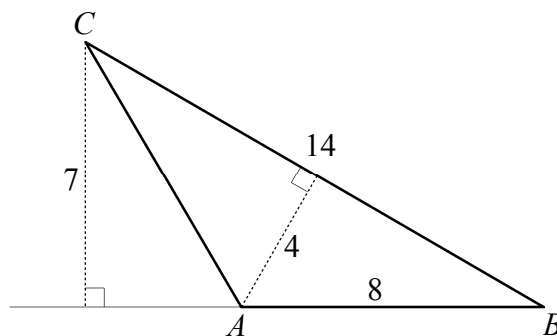
- Tegn en linje gennem  $D$  som er vinkelret på linjen gennem  $E$  og  $F$ .
- Tegn en linje gennem  $E$  som er vinkelret på linjen gennem  $D$  og  $F$ .
- Tegn en linje gennem  $F$  som er vinkelret på linjen gennem  $D$  og  $E$ .



### Øvelse 1.5

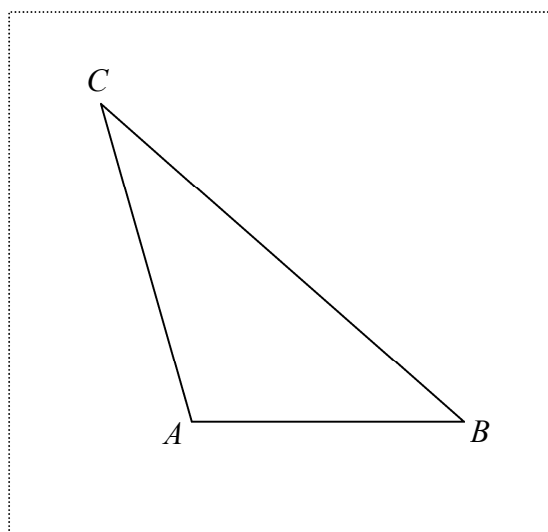
Figuren viser en trekant  $ABC$ .

- Hvis vi vælger siden med længde 8 som grundlinje, så er højdens længde \_\_\_\_\_.
- Hvis vi vælger siden med længde 14 som grundlinje, så er højdens længde \_\_\_\_\_.



### Øvelse 1.6

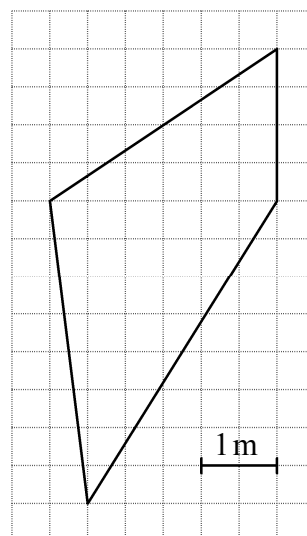
- Tegn det linjestykke som er højde hvis vi vælger  $BC$  som grundlinje.
- Tegn det linjestykke som er højde hvis vi vælger  $AC$  som grundlinje.



### Øvelse 1.7

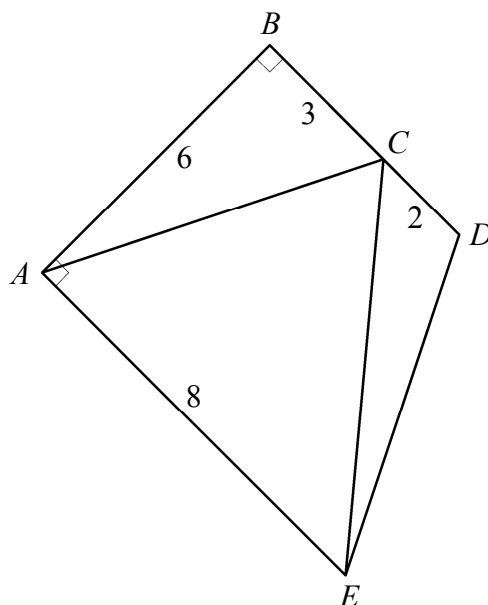
Figuren viser et firkantet bur set fra oven.

Udregn burets areal på den nemmest mulige måde.



### Øvelse 1.8

- (a) Udregn arealet af trekant  $ABC$ .
- (b) Udregn arealet af trekant  $ACE$ .
- (c) Udregn arealet af trekant  $CDE$ .



### Øvelse 1.9

En trekant  $PQR$  har arealet 96. Siden  $PQ$  har længden 16.

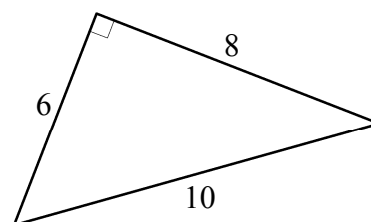
Udregn længden af højden fra  $R$  på  $PQ$ .

### Øvelse 2.1

Figuren viser en retvinklet trekant.

Kateternes længder er \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_.

Hypotenusens længde er \_\_\_\_\_.

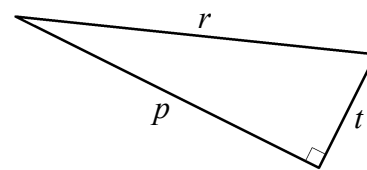


### Øvelse 2.2

Figuren viser en retvinklet trekant med siderne  $p$ ,  $r$  og  $t$ .

Siderne \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_ er kateterne.

Siden \_\_\_\_\_ er hypotenusen.



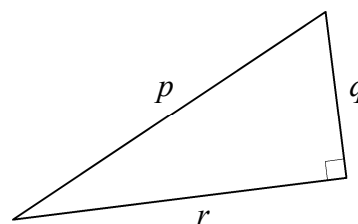
### Øvelse 2.3

Afgør for hver ligning om den er korrekt.

(1)  $p^2 + q^2 = r^2$

(2)  $p^2 + r^2 = q^2$

(3)  $r^2 + q^2 = p^2$



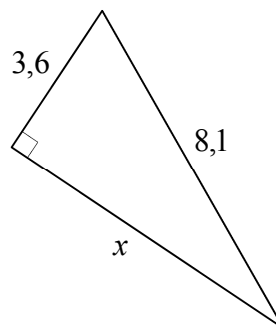
### Øvelse 2.4

Afgør for hver ligning om den er korrekt.

(1)  $3,6^2 + 8,1^2 = x^2$

(2)  $3,6^2 + x^2 = 8,1^2$

(3)  $x^2 + 8,1^2 = 3,6^2$



### Øvelse 2.5

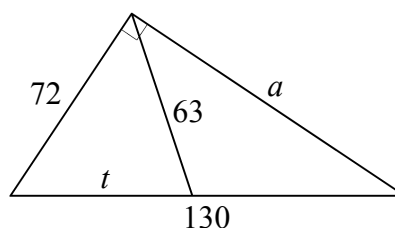
Afgør for hver ligning om den er korrekt.

(1)  $72^2 + 63^2 = t^2$

(2)  $t^2 + 63^2 = 72^2$

(3)  $72^2 + a^2 = 130^2$

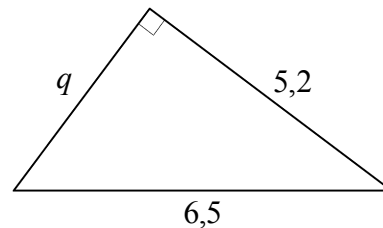
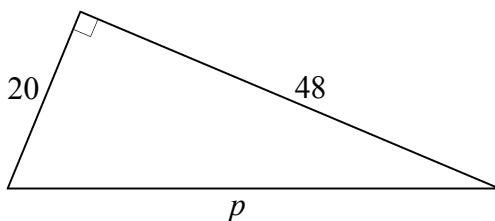
(4)  $a^2 + 130^2 = 72^2$



### Øvelse 2.6

(a) Udregn siden  $p$ .

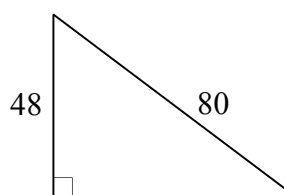
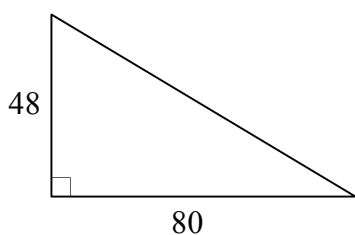
(b) Udregn siden  $q$ .



### Øvelse 2.7

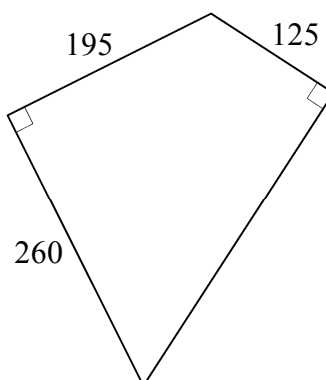
(a) Udregn arealet af trekanten nedenfor til venstre.

(b) Udregn arealet af trekanten nedenfor til højre.



### Øvelse 2.8

Udregn arealet af firkanten.



### Opgave 2.9

I trekant  $ABC$  er  $\angle C = 90^\circ$ ,  $|BC| = 6$  og  $|AB| = 6,5$ .

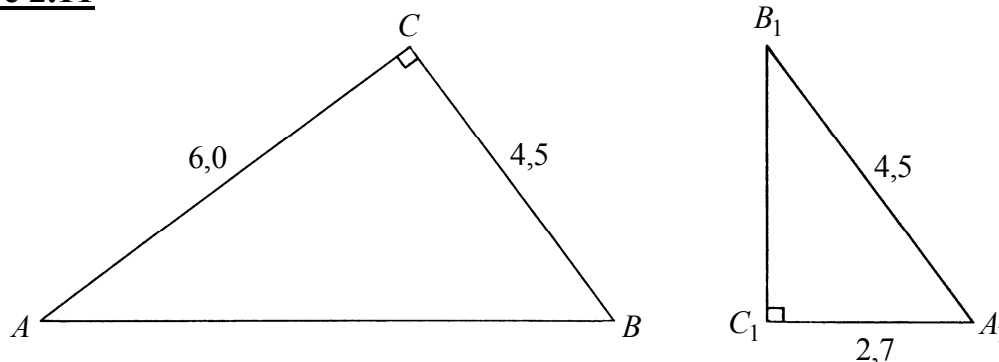
- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem  $|AC|$ .

### Opgave 2.10

I trekant  $DEF$  er  $\angle F = 90^\circ$ ,  $|EF| = 4,8$  og  $|DF| = 2$ .

- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem  $|DE|$ .

### Opgave 2.11



Trekanterne  $ABC$  og  $A_1B_1C_1$  er retvinklede.

- a) Bestem arealet af trekant  $ABC$ .  
b) Bestem arealet af trekant  $A_1B_1C_1$ .

### Opgave 2.12

I trekant  $GHI$  er  $\angle I = 90^\circ$ ,  $|GI| = 2$  og  $|HI| = 1,5$ .

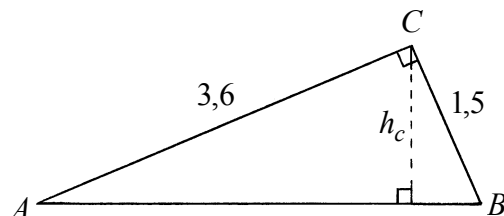
- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem arealet.

### Opgave 2.13

I trekant  $JKL$  er  $\angle L = 90^\circ$ ,  $|JK| = 3$  og  $|KL| = 1,8$ .

- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem arealet.

### Opgave 2.14

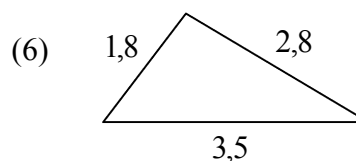
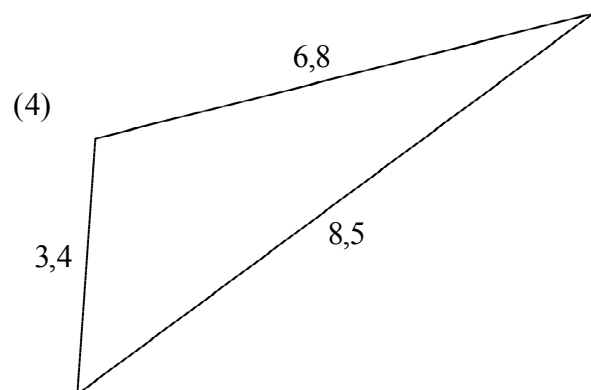
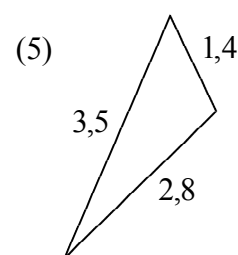
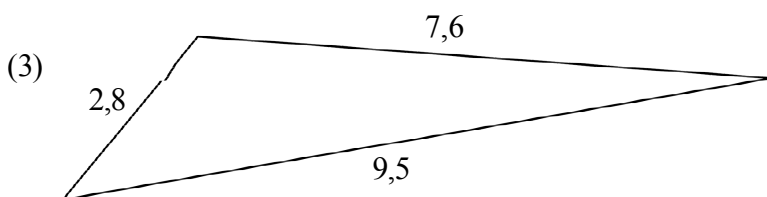
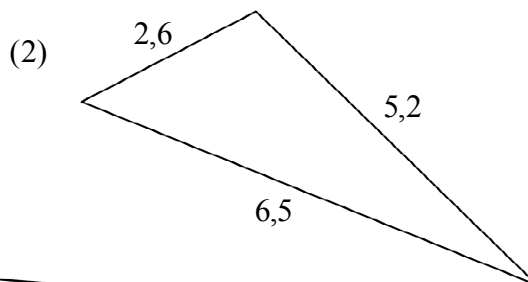
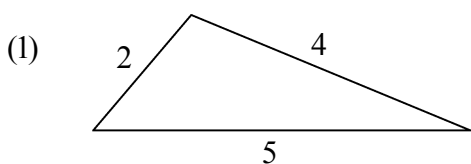


Figuren viser trekant  $ABC$  hvor vinkel  $C$  er ret, samt højden  $h_c$  fra  $C$  på siden  $AB$ .

- a) Bestem  $|AB|$ .  
b) Bestem arealet af trekant  $ABC$ , og bestem derefter længden af  $h_c$ .

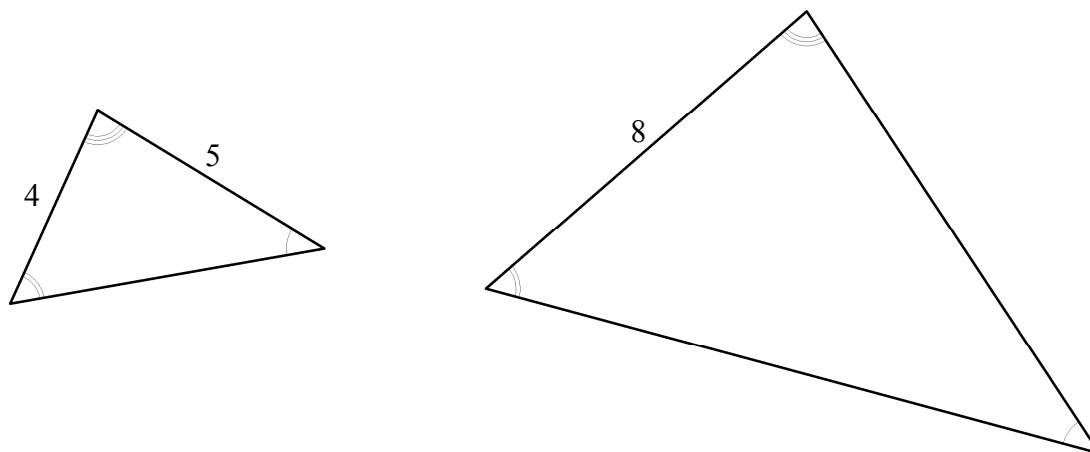
### Øvelse 3.1

- (a) Hvilket tal skal vi gange siderne i trekant (1) med for at få siderne i trekant (2)?  
Da alle sider skal ganges med samme tal, er (2) en forstørrelse eller en formindskelse af (1).  
Det tal vi ganger med, er størrelsesforholdet og kaldes skalafaktoren.
- (b) For hver af trekantene (3), (4), (5) og (6) skal du afgøre om der findes en skalafaktor som ganget med siderne i (1) giver siderne i den pågældende trekant. Angiv skalafaktoren hvis den eksisterer.



### Øvelse 3.2

På figuren nedenfor bruger vi buer, dobbelte buer og tredobbelte buer til at vise hvilke vinkler der er lige store. Trekantene har samme vinkler, så de har samme form. Den store er altså en forstørrelse af den lille. Siden med længde 8 i den store trekant har samme modstående vinkel som siden med længde \_\_\_\_\_ i den lille trekant. Denne længde skal ganges med \_\_\_\_\_ for at få 8. Dette tal der skal ganges med, kaldes skalafaktoren. Skalafaktoren er altså \_\_\_\_\_.



I den store trekant gælder: Siden over for vinklen med tredobbelt bue har længden 12.

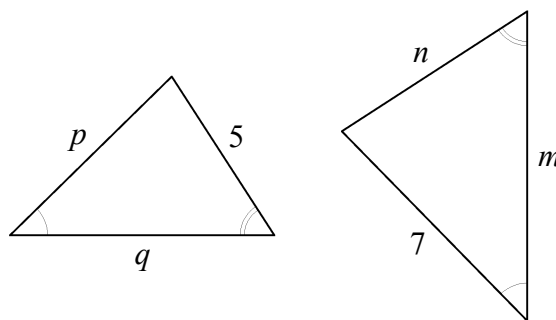
I den lille trekant gælder: Siden over for vinklen med tredobbelt bue har længden \_\_\_\_\_.



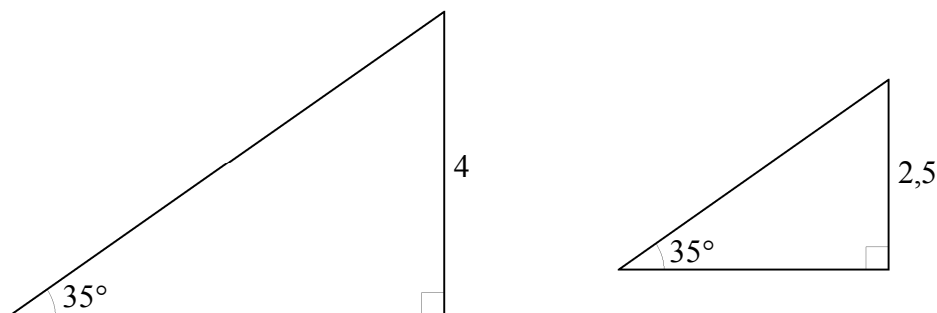
### Øvelse 3.3

De to trekanter til højre er ensvinklede, så der findes et tal  $k$  som ganget med siderne i første trekant giver siderne i anden trekant. Afgør for hver af følgende ligninger om den er gyldig:

- (1)  $5 \cdot k = 7$
- (2)  $p \cdot k = n$
- (3)  $p \cdot k = 7$
- (4)  $m \cdot k = q$
- (5)  $q \cdot k = m$ .

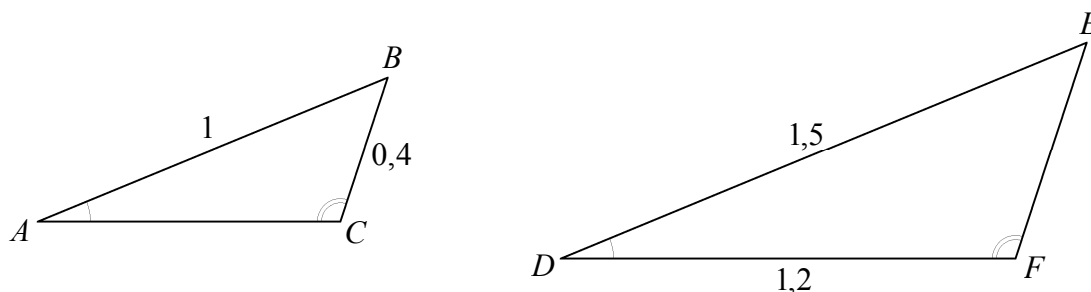


### Øvelse 3.4



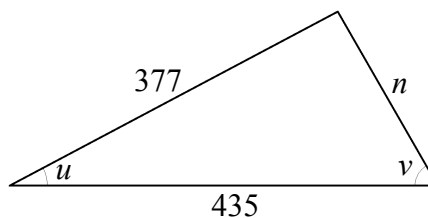
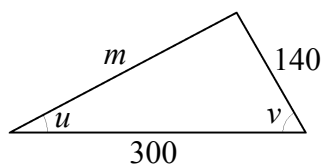
- (a) På figuren ser vi at de to trekanter er \_\_\_\_\_, så der er en skalafaktor.
- (b) Når vi ganger siderne i den venstre trekant med skalafaktoren \_\_\_\_\_, så får vi siderne i den højre trekant.
- (c) Når vi ganger siderne i den højre trekant med skalafaktoren \_\_\_\_\_, så får vi siderne i den venstre trekant.
- (d) Når vi dividerer siderne i den højre trekant med \_\_\_\_\_, så får vi siderne i den venstre trekant.

### Øvelse 3.5



- (a) Når vi ganger siderne i  $ABC$  med \_\_\_\_\_, så får vi siderne i  $DEF$ .
- (b) Når vi ganger 0,4 med \_\_\_\_\_, så får vi længden af  $EF$ . Længden er \_\_\_\_\_.
- (c) Når vi dividerer 1,2 med \_\_\_\_\_, så får vi længden af  $AC$ . Længden er \_\_\_\_\_.

### Øvelse 3.6



(a)  $300 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 435$

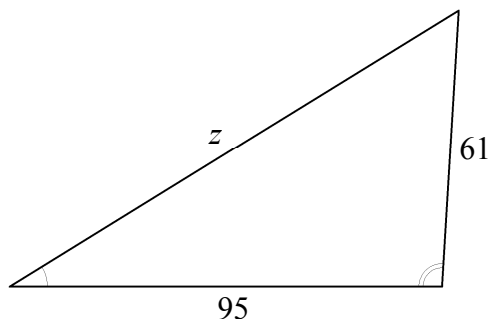
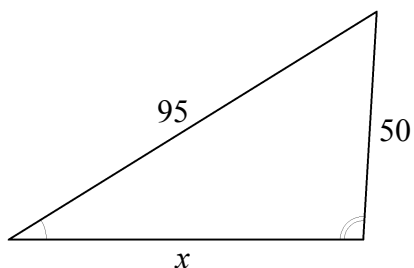
(b)  $n = \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(c)  $m = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(d) Denne division skriver vi normalt som en brøk sådan:  $m = \underline{\hspace{2cm}}$

Brøkstreg

### Øvelse 3.7



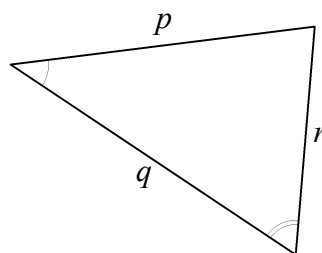
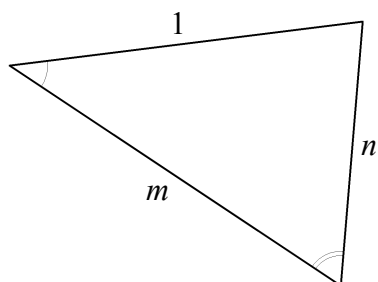
Afgør for hver ligning om den er sand eller falsk:

(a)  $z = 95 \cdot 1,23$

(b)  $x = \frac{95}{1,22}$

(c)  $z = 95 \cdot 1,22$

### Øvelse 3.8



Afgør for hver ligning om den er sand eller falsk:

(a)  $m = \frac{q}{p}$

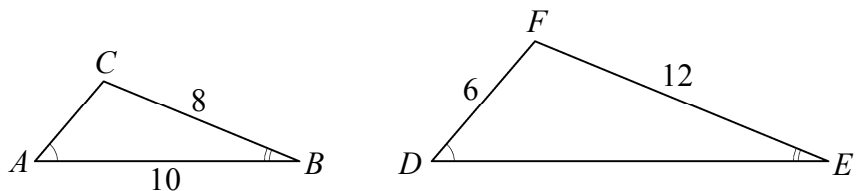
(b)  $r = \frac{n}{p}$

(c)  $r = n \cdot q$

(d)  $q = m \cdot p$

(e)  $n = \frac{r}{p}$

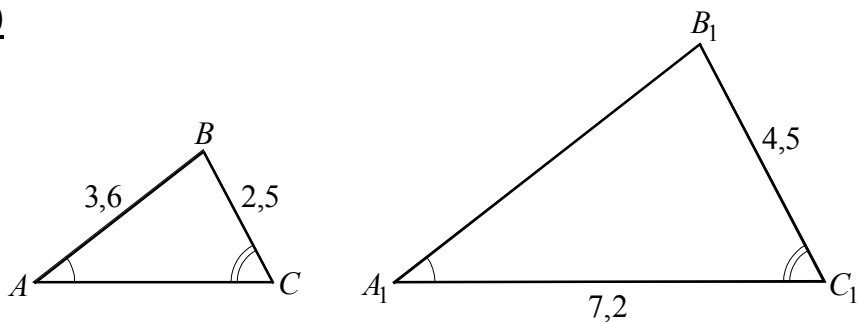
### Opgave 3.9



Figuren viser to ensvinklede trekanter  $ABC$  og  $DEF$ .

- a) Bestem længden af hver af siderne  $DE$  og  $AC$ .

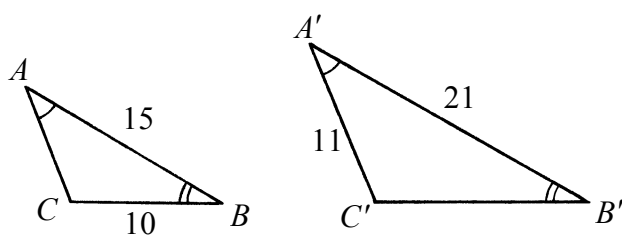
### Opgave 3.10



Trekanterne  $ABC$  og  $A_1B_1C_1$  er ensvinklede. Nogle af trekanternes mål fremgår af figuren.

- a) Bestem længden af siden  $A_1B_1$  og længden af siden  $AC$ .

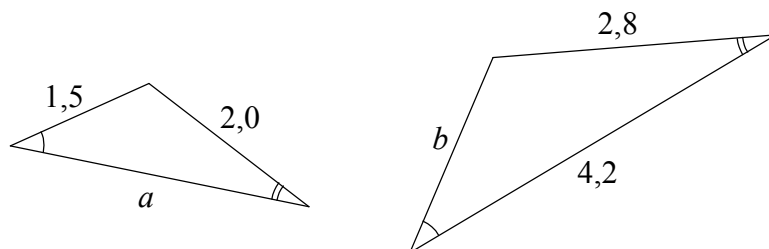
### Opgave 3.11



Trekanterne  $ABC$  og  $A'B'C'$  er ensvinklede. Nogle af trekanternes mål fremgår af figuren.

- a) Bestem længden af siden  $B'C'$  og længden af siden  $AC$ .

### Opgave 3.12



På billedet ses to ensvinklede trekanter.

- a) Beregn  $a$  og  $b$ .

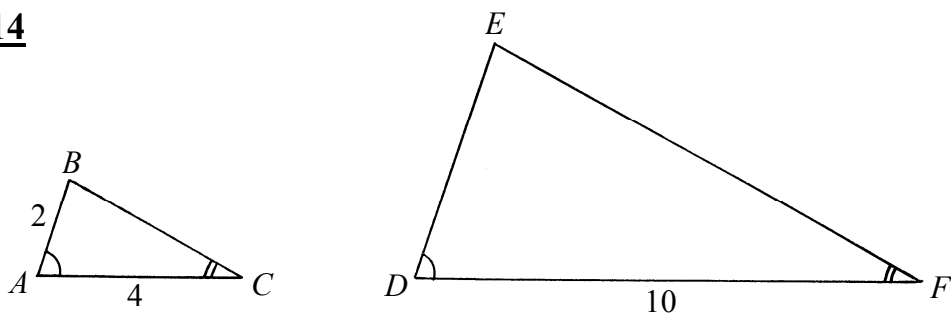
### Opgave 3.13

I de ensvinklede trekanter  $ABC$  og  $A'B'C'$  er  $\angle A = \angle A'$ ,  $\angle B = \angle B'$  og  $\angle C = \angle C'$ .

Desuden er  $|AB| = 36$ ,  $|BC| = 24$ ,  $|A'B'| = 45$  og  $|A'C'| = 65$ .

- a) Tegn en skitse af trekanterne, og bestem  $|B'C'|$  og  $|AC|$ .

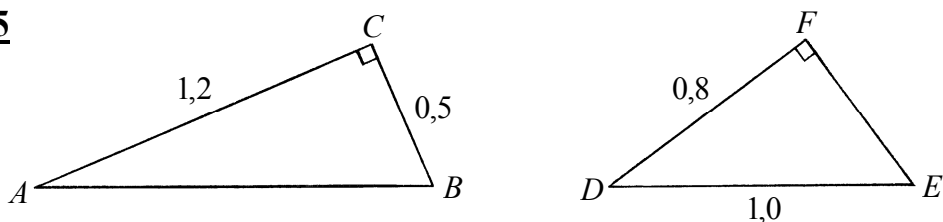
### Opgave 3.14



Trekantene  $ABC$  og  $DEF$  er ensvinklede.

- a) Bestem længden af siden  $DE$ .

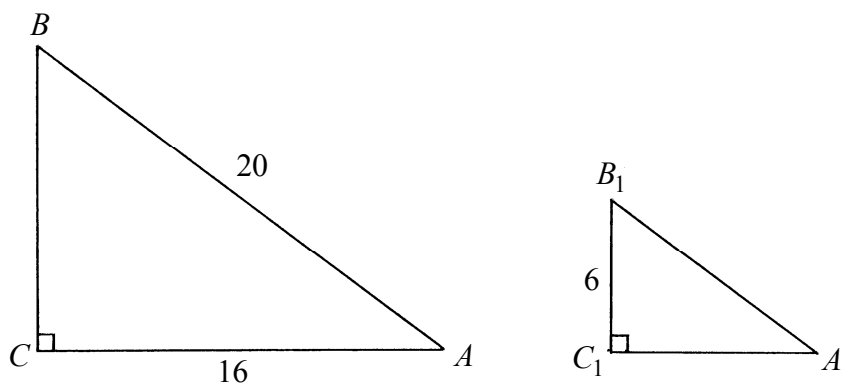
### Opgave 3.15



Trekantene  $ABC$  og  $DEF$  er retvinklede.

- a) Bestem længden af siden  $AB$ .  
b) Bestem længden af siden  $EF$ .

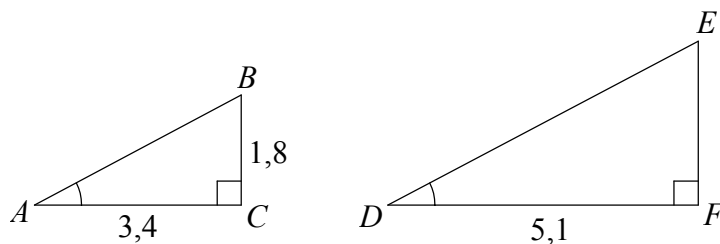
### Opgave 3.16



Trekantene  $ABC$  og  $A_1B_1C_1$  er retvinklede og ensvinklede.

- a) Bestem  $|BC|$ .  
b) Bestem  $|A_1B_1|$ .

### Opgave 3.17



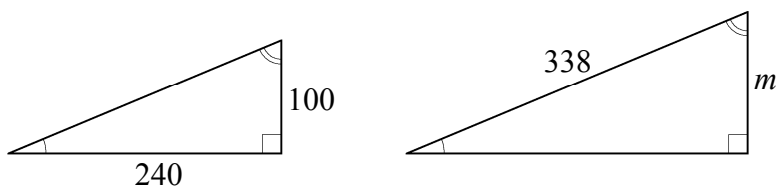
De to retvinklede trekanter  $ABC$  og  $DEF$  er ensvinklede.

- a) Bestem  $|AB|$  og  $|EF|$ .

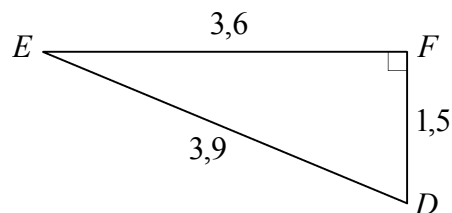
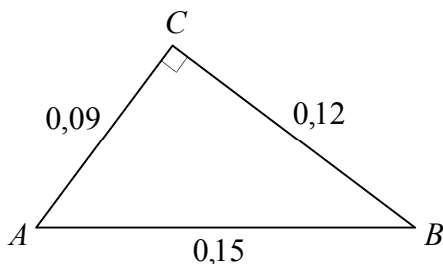
### Opgave 3.18

Trekantene er ensvinklede og retvinklede.

- a) Bestem siden  $m$ .



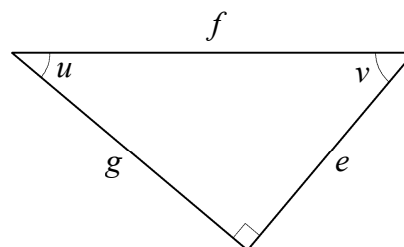
### Øvelse 4.1



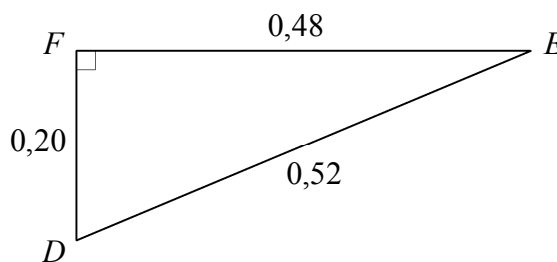
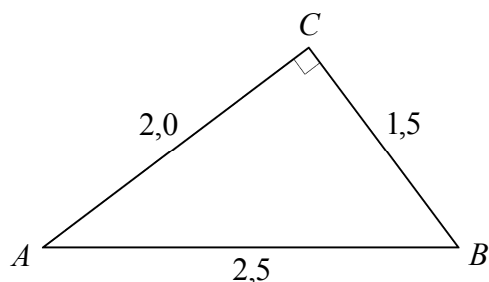
- (a) Vinkel  $A$ 's hosliggende sider har længderne \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_ .
- (b) Vinkel  $A$ 's hosliggende katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (c) Vinkel  $B$ 's hosliggende sider har længderne \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_ .
- (d) Vinkel  $B$ 's hosliggende katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (e) Vinkel  $A$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (f) Vinkel  $B$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (g) Vinkel  $D$ 's hosliggende katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (h) Vinkel  $E$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (i) Vinkel  $D$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (j) Vinkel  $E$ 's hosliggende katete har længden \_\_\_\_\_ .

### Øvelse 4.2

- (a) Vinkel  $u$ 's hosliggende sider er \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_ .
- (b) Vinkel  $u$ 's hosliggende katete er \_\_\_\_\_ .
- (c) Vinkel  $v$ 's hosliggende katete er \_\_\_\_\_ .
- (d) Vinkel  $u$ 's modstående katete er \_\_\_\_\_ .
- (e) Vinkel  $v$ 's modstående katete er \_\_\_\_\_ .



### Øvelse 4.3



- (a) Vinkel  $A$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (b) Vinkel  $D$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (c) Vinkel  $B$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .
- (d) Vinkel  $E$ 's modstående katete har længden \_\_\_\_\_ .

### Øvelse 4.4

- (a)  $AC$  er \_\_\_\_\_ katete til vinkel  $A$  i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er \_\_\_\_\_.

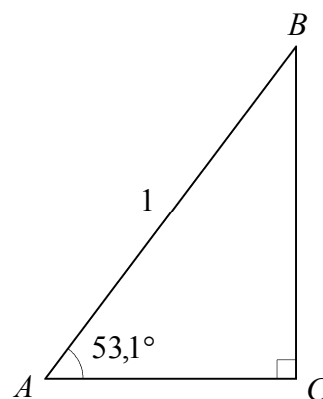
Derfor er  $AC$ 's længde lig

$$\text{_____} (53,1^\circ) = \text{_____}$$

- (b)  $BC$  er \_\_\_\_\_ katete til vinkel  $A$  i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er \_\_\_\_\_.

Derfor er  $BC$ 's længde lig

$$\text{_____} (53,1^\circ) = \text{_____}$$



- (c)  $PR$  er \_\_\_\_\_ katete til vinkel  $Q$  i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er \_\_\_\_\_.

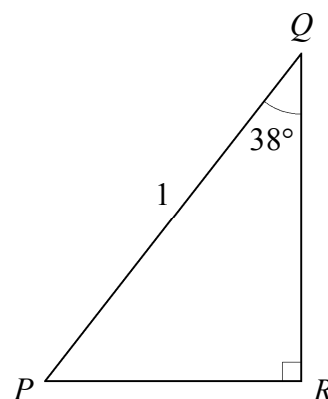
Derfor er  $PR$ 's længde lig

$$\text{_____} (38^\circ) = \text{_____}$$

- (d)  $QR$  er \_\_\_\_\_ katete til vinkel  $Q$  i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er \_\_\_\_\_.

Derfor er  $QR$ 's længde lig

$$\text{_____} (38^\circ) = \text{_____}$$



### Øvelse 4.5

- (a) Vi får udregnet at

$$\sin(29^\circ) = \text{_____} .$$

Dette betyder at

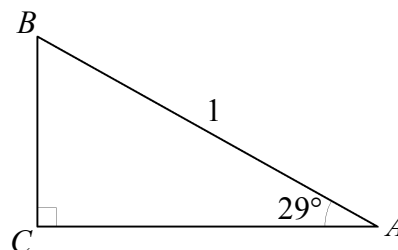
længden af siden \_\_\_\_\_ er \_\_\_\_\_ .

- (b) Vi får udregnet at

$$\cos(29^\circ) = \text{_____} .$$

Dette betyder at

længden af siden \_\_\_\_\_ er \_\_\_\_\_ .



### Øvelse 4.6

På figuren ser vi at

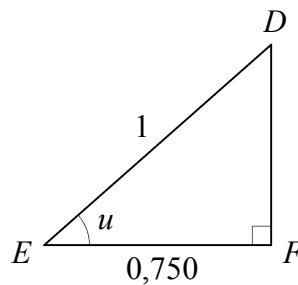
$$\cos(u) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Vi taster denne ligning og får den løst mht.  $u$  for  $u$  mellem  $0^\circ$  og  $90^\circ$ . Vi får:

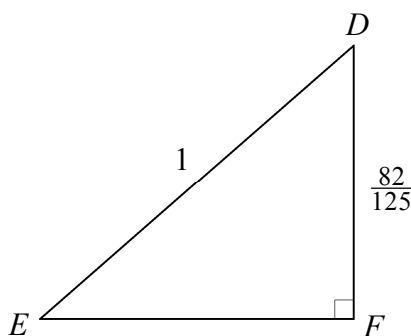
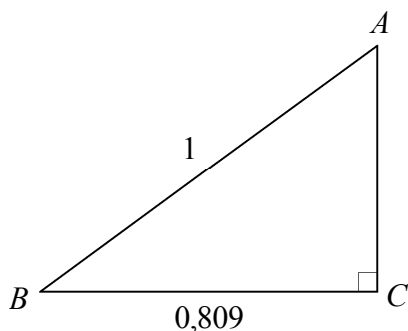
$$u = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Dette betyder at

$$\text{vinklen } E \text{ er } \underline{\hspace{2cm}}.$$



### Øvelse 4.7



(a)  $\sin(A) = \underline{\hspace{2cm}}$  så  $A = \underline{\hspace{2cm}}$  dvs. vinkel  $A$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(b) Vinkel  $E$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

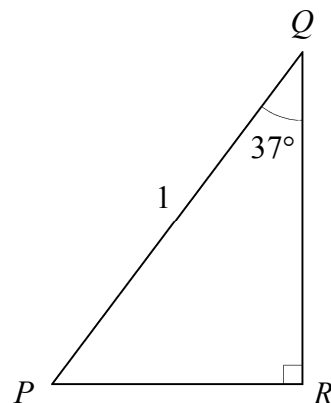
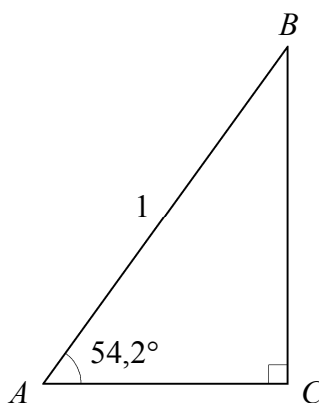
### Øvelse 4.8

(a) Længden af  $AC$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$

(b) Længden af  $BC$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$

(c) Længden af  $PR$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$

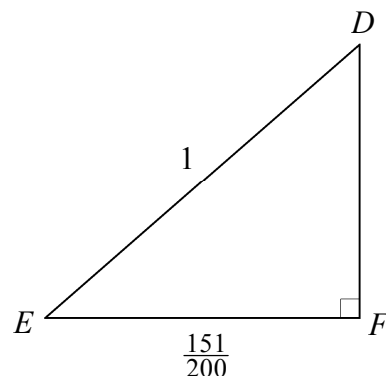
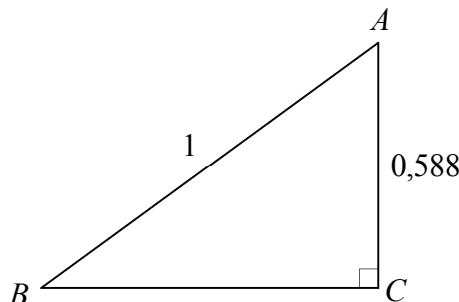
(d) Længden af  $QR$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$



### Øvelse 4.9

(a) Vinkel  $B$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$

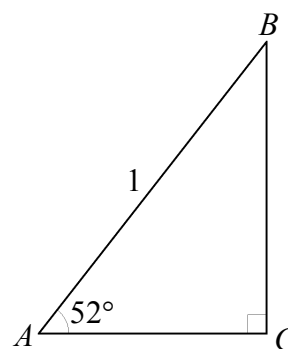
(b) Vinkel  $E$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$



### Øvelse 4.10 TEORI

I den retvinklede trekant  $ABC$  er hypotenusen 1  
så længden af  $AC$  er \_\_\_\_\_ ( $52^\circ$ ) som er lig \_\_\_\_\_  
fordi  $AC$  er den hosliggende katete til vinklen på  $52^\circ$ .

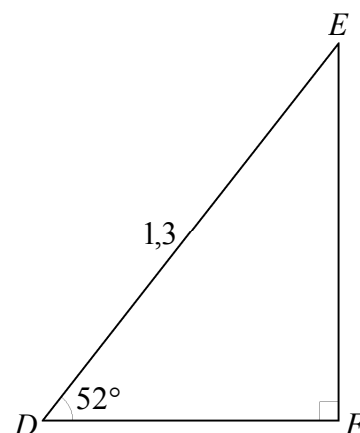
I den retvinklede trekant  $ABC$  er hypotenusen 1  
så længden af  $BC$  er \_\_\_\_\_ ( $52^\circ$ ) som er lig \_\_\_\_\_  
fordi  $BC$  er den \_\_\_\_\_ katete til vinklen på  $52^\circ$ .



Vinkel  $A$  er lig vinkel  $D$ , og vinkel  $C$  er lig vinkel \_\_\_\_\_,  
og så må vinkel  $B$  være lig vinkel \_\_\_\_\_.

Altså er trekant  $ABC$  ensvinklet med trekant \_\_\_\_\_,  
så der er en \_\_\_\_\_ faktor  $k$ .

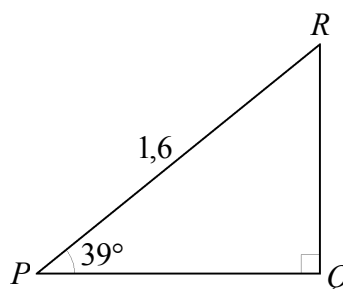
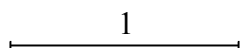
Da siderne  $AB$  og \_\_\_\_\_ har ens modstående  
vinkler, er  $1 \cdot k =$  \_\_\_\_\_, dvs.  $k =$  \_\_\_\_\_.



Længden af  $AC$  gange \_\_\_\_\_ er længden af  $DF$ , så længden  
af  $DF$  er \_\_\_\_\_.

Længden af  $BC$  gange \_\_\_\_\_ er længden af  $EF$ , så længden  
af  $EF$  er \_\_\_\_\_.

### Øvelse 4.11 TEORI



Vi vil undersøge den retvinklede trekant  $PQR$  ovenfor til højre.

Til venstre for denne trekant skal du tegne en trekant som er ensvinklet med trekant  $PQR$  og har hypotenusen 1. Den tegnede linje med længde 1 skal IKKE være en del af trekanten.

Hypotenusen i den trekant du har tegnet, skal ganges med \_\_\_\_\_ for at få hypotenusen i  $PQR$ .

Kateterne i den trekant du har tegnet, skal ganges med \_\_\_\_\_ for at få kateterne i trekant  $PQR$ .

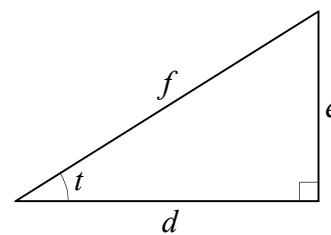
I den trekant du har tegnet, har den vandrette katete længden \_\_\_\_\_, og den lodrette katete har længden \_\_\_\_\_.  $PQ =$  \_\_\_\_\_.  $QR =$  \_\_\_\_\_.



### Øvelse 4.12

(a) For hver af følgende ligninger skal du afgøre om den er korrekt.

- (1)  $e \cdot \sin(t) = f$                       (4)  $f \cdot \cos(t) = d$   
(2)  $f \cdot \sin(t) = d$                       (5)  $d \cdot \cos(t) = f$   
(3)  $f \cdot \sin(t) = e$                       (6)  $f \cdot \cos(t) = e$



(b) Hvis  $e = 2,5$  og  $t = 32^\circ$  er

$$f \cdot \sin(32^\circ) = 2,5$$

Vi løser denne ligning mht. \_\_\_\_\_ for \_\_\_\_\_

og får \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_, dvs. \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

(c) Hvis  $d = 200$  og  $f = 236$  er

$$\text{_____} \cdot \text{_____}(t) = \text{_____}$$

Vi løser denne ligning mht. \_\_\_\_\_ for \_\_\_\_\_

og får \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ dvs. \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

### Øvelse 4.13

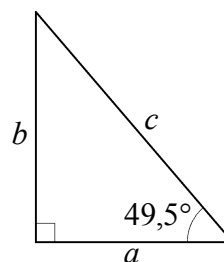
Når vi ganger  $\cos(49,5^\circ)$  med siden  $c$  får vi siden \_\_\_\_\_

Når vi ganger  $\sin(49,5^\circ)$  med siden \_\_\_\_\_ får vi siden  $b$ .

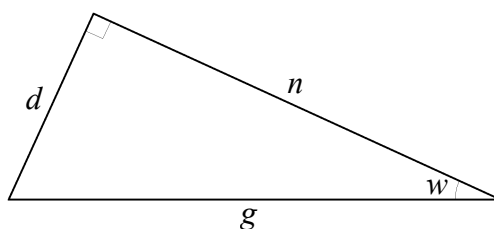
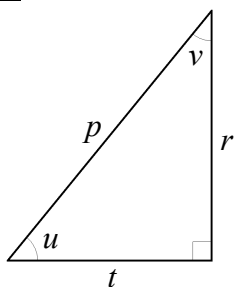
Hvis  $c = 1$  er  $b =$  \_\_\_\_\_

Hvis  $c = 2$  er  $b =$  \_\_\_\_\_

Hvis  $c = 10$  er  $b =$  \_\_\_\_\_



### Øvelse 4.14



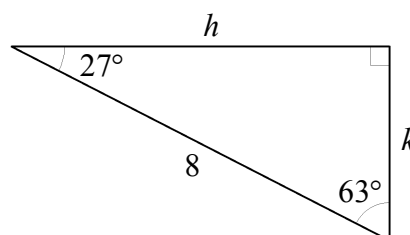
Hvilke af ligningerne nedenfor er korrekte?

- (a)  $t \cdot \cos(u) = p$                       (b)  $p \cdot \cos(v) = r$                       (c)  $p \cdot u = t$                       (d)  $p \cdot \cos(v) = t$   
(e)  $n \cdot \cos(w) = d$                       (f)  $n \cdot \cos(w) = g$                       (g)  $g \cdot \cos(w) = n$ .

### Øvelse 4.15

(a) Skriv to ligninger med cosinus som er gyldige for den viste trekant.

(b) Skriv to ligninger med sinus som er gyldige for den viste trekant.



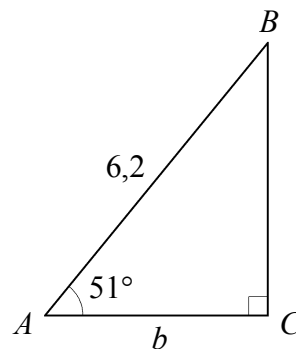
### Øvelse 4.16

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1)  $6,2 + \cos(51^\circ) = b$
- (2)  $b \cdot \sin(51^\circ) = 6,2$
- (3)  $6,2 \cdot \sin(51^\circ) = b$
- (4)  $6,2 \cdot \cos(51^\circ) = b$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde  $b$  .

$b =$  \_\_\_\_\_



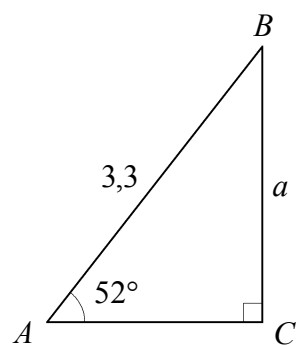
### Øvelse 4.17

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1)  $a + \sin(52^\circ) = 3,3$
- (2)  $3,3 + \sin(52^\circ) = a$
- (3)  $3,3 \cdot \sin(51^\circ) = a$
- (4)  $3,3 \cdot \sin(52^\circ) = a$
- (5)  $3,3 \cdot \cos(52^\circ) = a$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde  $a$  .

$a =$  \_\_\_\_\_



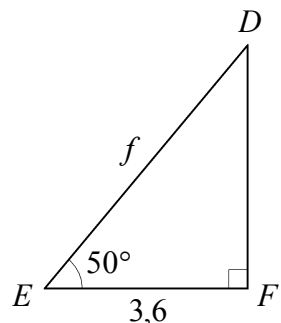
### Øvelse 4.18

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1)  $3,6 \cdot \cos(50^\circ) = f$
- (2)  $f \cdot \sin(50^\circ) = 3,6$
- (3)  $f \cdot \cos(50^\circ) = 3,6$
- (4)  $3,6 \cdot \cos(50^\circ) = f$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde  $f$  .

$f =$  \_\_\_\_\_



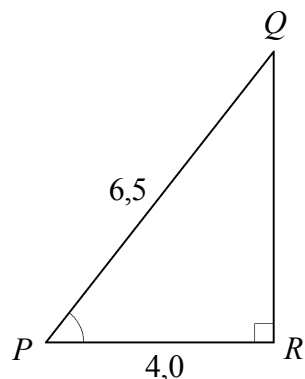
### Øvelse 4.19

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1)  $6,2 \cdot \cos(P) = 4,0$
- (2)  $6,2 \cdot \sin(P) = 4,0$
- (3)  $6,5 \cdot \cos(P) = 4,0$
- (4)  $4,0 \cdot \cos(P) = 6,5$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde vinkel  $P$  .

$P =$  \_\_\_\_\_



### Øvelse 4.20

I trekant  $RST$  er vinkel  $S$  ret, vinkel  $R$  er  $25^\circ$ ,  
og længden af siden  $ST$  er 1,1.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn længden af siden  $RT$ .

### Øvelse 4.21

I trekant  $DEF$  er vinkel  $D$  ret, længden af siden  $DE$  er 3,5,  
og længden af siden  $EF$  er 6,1.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn gradtallet for vinkel  $F$ .

### Øvelse 4.22

I trekant  $EFG$  er vinkel  $F$  ret, længden af siden  $EF$  er 31,  
og længden af siden  $EG$  er 64.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn gradtallet for vinkel  $E$ .

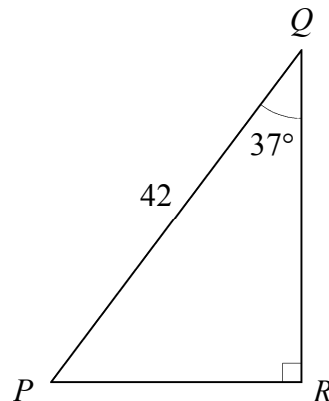
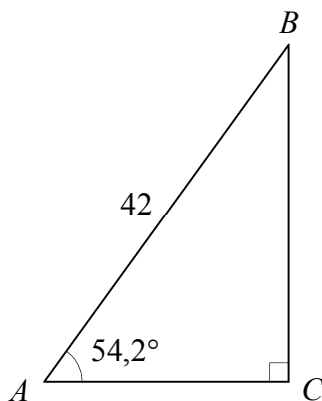
### Øvelse 4.23

Om trekant  $KLM$  er oplyst at gradtallet for vinkel  $K$  er  $90^\circ$ ,  
at gradtallet for vinkel  $L$  er  $26^\circ$ , og at hypotenusens længde er 49.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn længden af kateten  $KL$ .

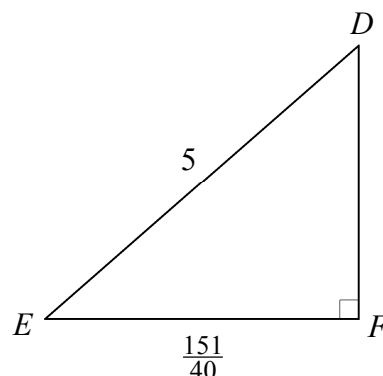
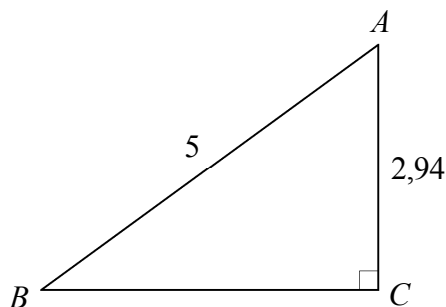
### Øvelse 4.24

Udregn længden af hver  
af siderne  $BC$  og  $PR$ .



### Øvelse 4.25

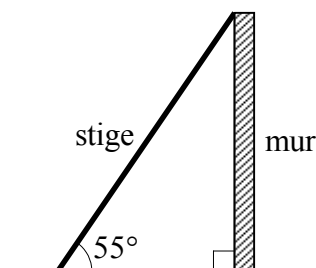
Udregn vinklerne  $A$  og  $D$ .



### **Opgave 4.26**

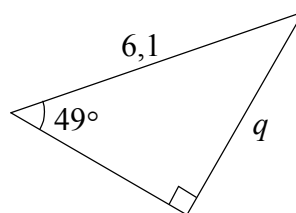
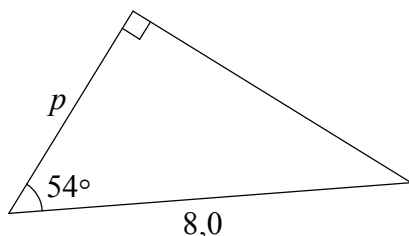
Figuren viser en stige der når op til toppen af en 3 m høj mur. Stigen danner en vinkel på  $55^\circ$  med jordoverfladen.

Bestem længden af stigen.



### **Opgave 4.27**

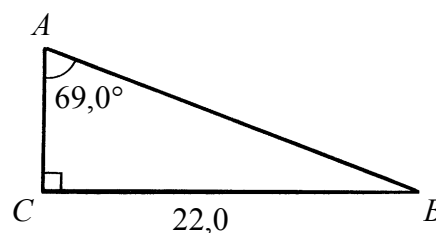
Udregn siderne  $p$  og  $q$  i de viste trekanter.



### **Opgave 4.28**

Figuren viser en trekant  $ABC$  hvor vinklen  $C$  er ret.

Udregn længden af  $AB$ .



### **Opgave 4.29**

I en retvinklet trekant  $ABC$  er vinkel  $C$  ret, længden af siden  $a$  er 6, og længden af siden  $c$  er 7.

Tegn en skitse af trekant  $ABC$ , og udregn gradtallet for vinkel  $B$ .

### **Opgave 4.30**

I trekant  $ABC$  er vinkel  $C$  ret, længden af siden  $b$  er 15,2, og vinkel  $A$  er  $47,5^\circ$ .

Tegn en skitse af trekanten, og udregn længden af siden  $c$ .

### **Opgave 4.31**

I trekant  $QRS$  er  $\angle S = 90^\circ$ ,  $s = 62$  og  $r = 15$ .

Tegn en skitse af trekanten, og udregn  $\angle R$ .

### **Opgave 4.32**

I trekant  $JKL$  er  $\angle L = 90^\circ$ ,  $\angle J = 49^\circ$  og  $j = 4$ .

Tegn en skitse af trekanten, og udregn  $l$ .

### **Opgave 4.33**

I trekant  $MNP$  er  $\angle P = 90^\circ$ ,  $\angle M = 55^\circ$  og  $p = 11$ .

Tegn en skitse af trekanten, og udregn  $m$ .

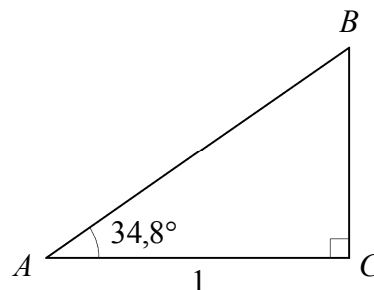
### Øvelse 5.1

På lommeregner udregner vi at

$$\tan(34,8^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Dette betyder at

længden af siden  $\underline{\hspace{1cm}}$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$  .



### Øvelse 5.2

På figuren ser vi at

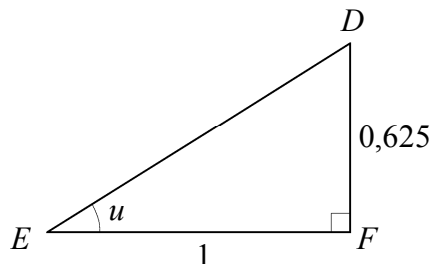
$$\tan(u) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Vi taster denne ligning og får den løst mht.  $u$  for  $u$  mellem  $0^\circ$  og  $90^\circ$ . Vi får:

$$u = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Dette betyder at

vinklen  $E$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$  .



### Øvelse 5.3

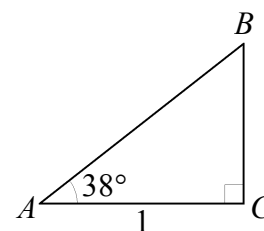
Trekant  $ABC$  er retvinklet og

den hosliggende katete til vinklen på  $38^\circ$  har længden  $\underline{\hspace{1cm}}$

så længden af  $BC$  er  $\underline{\hspace{1cm}}$  ( $38^\circ$ )

fordi  $BC$  er den modstående katete til vinklen på  $38^\circ$

Længden af  $BC$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$  .

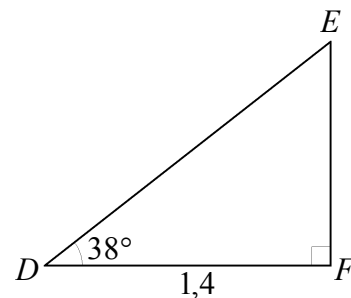


Vinkel  $A$  er lig vinkel  $D$ , og vinkel  $C$  er lig vinkel  $\underline{\hspace{1cm}}$ ,

og så må vinkel  $B$  være lig vinkel  $\underline{\hspace{1cm}}$  .

Altså er trekant  $ABC$  ensvinklet med trekant  $\underline{\hspace{1cm}}$ ,

så der er en  $\underline{\hspace{1cm}}$  faktor  $k$  .



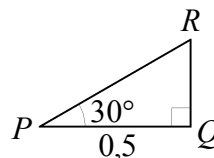
Siderne med længder 1 og 1,4 har ens modstående vinkler,

så  $1 \cdot k = \underline{\hspace{1cm}}$ , dvs.  $k = \underline{\hspace{1cm}}$  .

Længden af  $BC$  gange  $\underline{\hspace{1cm}}$  er længden af  $EF$ ,

så længden af  $EF$  er  $\underline{\hspace{2cm}}$  .

## Øvelse 5.4



Vi vil undersøge den retvinklede trekant  $PQR$  ovenfor til højre.

Til venstre for trekant  $PQR$  skal du tegne en trekant som er ensvinklet med trekant  $PQR$  og hvor den hosliggende katete til vinklen på  $30^\circ$  har længden 1 .

Den vandrette katete i den trekant du har tegnet, skal ganges med \_\_\_\_\_ for at få den vandrette katete i  $PQR$  .

Den lodrette katete i den trekant du har tegnet, skal ganges med \_\_\_\_\_ for at få den lodrette katete i trekant  $PQR$  .

I den trekant du har tegnet, har den lodrette katete længden \_\_\_\_\_ .

Vi ganger denne længde med \_\_\_\_\_ og får at længden af  $QR$  er \_\_\_\_\_ .

## Øvelse 5.5

(a) For hver af følgende ligninger skal du afgøre om den er korrekt.

(1)  $e \cdot \tan(t) = d$

(2)  $f \cdot \tan(t) = e$

(3)  $d \cdot \tan(t) = e$

(b) Hvis  $e = 2,5$  og  $t = 32^\circ$  er

$$d \cdot \tan(32^\circ) = 2,5$$

Vi løser denne ligning mht. \_\_\_\_\_ for \_\_\_\_\_

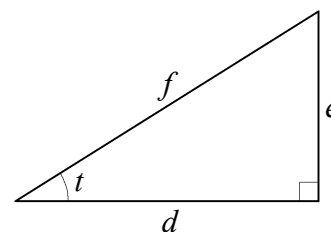
og får \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ , dvs. \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ .

(c) Hvis  $d = 600$  og  $e = 375$  er

$$\tan(t) = \frac{e}{d}$$

Vi løser denne ligning mht. \_\_\_\_\_ for  $t$  mellem \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_

og får \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ dvs. \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ .



### Øvelse 5.6

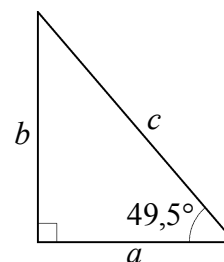
Når vi ganger  $\tan(49,5^\circ)$  med siden  $a$  får vi siden \_\_\_\_\_

Hvis  $a = 1$  er  $b =$  \_\_\_\_\_

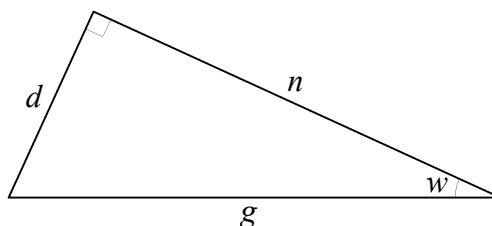
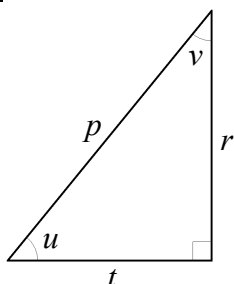
Hvis  $a = 2$  er  $b =$  \_\_\_\_\_

Hvis  $a = 10$  er  $b =$  \_\_\_\_\_

Hvis  $a = 100$  er  $b =$  \_\_\_\_\_



### Øvelse 5.7



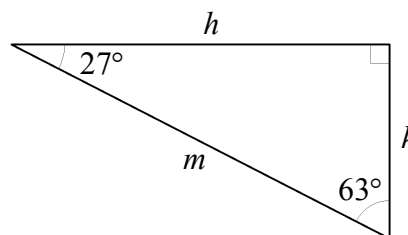
Hvilke af ligningerne nedenfor er korrekte?

(a)  $t \cdot \tan(v) = r$       (b)  $t \cdot \tan(u) = r$       (c)  $t \cdot u = r$       (d)  $p \cdot \tan(v) = t$

(e)  $g \cdot \tan(w) = d$       (f)  $n \cdot \tan(w) = d$       (g)  $n \cdot \tan(w) = g$  .

### Øvelse 5.8

Skriv to ligninger med tangens som er gyldige for den viste trekant.



### Øvelse 5.9

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

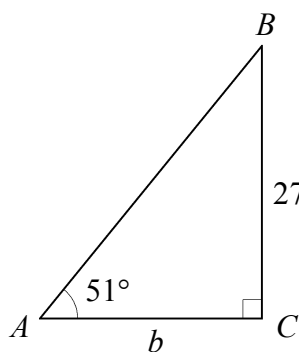
(1)  $b + \tan(51^\circ) = 27$

(2)  $27 \cdot \sin(51^\circ) = b$

(3)  $b \cdot \tan(51^\circ) = 27$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde  $b$  .

$b =$  \_\_\_\_\_



### Øvelse 5.10

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

(1)  $26 \cdot \tan(51^\circ) = e$

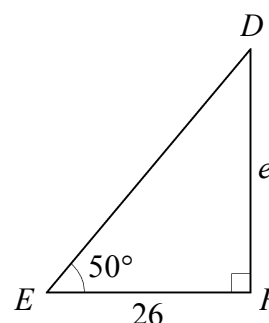
(2)  $26 \cdot \sin(50^\circ) = e$

(3)  $26 \cdot \tan(50^\circ) = e$

(4)  $e \cdot \tan(50^\circ) = 26$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde  $e$  .

$e =$  \_\_\_\_\_



### Øvelse 5.11

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

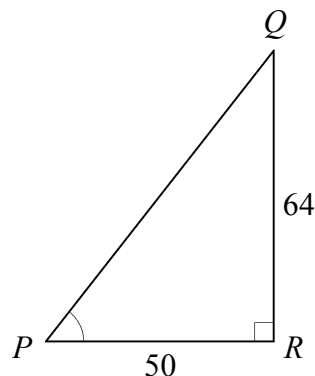
(1)  $50 \cdot \sin(P) = 64$

(2)  $50 \cdot \tan(P) = 64$

(3)  $64 \cdot \tan(P) = 50$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde vinkel  $P$ .

$P =$  \_\_\_\_\_



### Øvelse 5.12

Vi ser at trekant  $PQR$  er \_\_\_\_\_ vinklet,

at den hosliggende katete til vinkel  $P$  har længden \_\_\_\_\_ og

at den \_\_\_\_\_ katete til vinkel  $P$

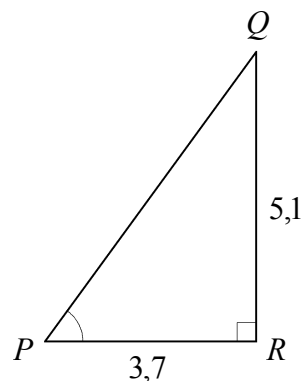
har længden \_\_\_\_\_.

Derfor er \_\_\_\_\_  $\cdot$  \_\_\_\_\_  $(P) =$  \_\_\_\_\_

Vi taster denne ligning og får den løst mht.  $P$

for  $P$  mellem \_\_\_\_\_ og \_\_\_\_\_, og får  $P =$  \_\_\_\_\_

dvs. vinkel  $P$  er \_\_\_\_\_.



### Opgave 5.13

I trekant  $HIJ$  er vinkel  $I$  ret, vinkel  $H$  er  $18^\circ$ ,  
og længden af siden  $HI$  er  $7,7$ .

Tegn en skitse af trekant  $HIJ$ , og udregn længden af siden  $IJ$ .

### Opgave 5.14

I trekant  $ABC$  er vinkel  $C$  ret, vinkel  $A$  er  $36^\circ$ ,  
og længden af siden  $BC$  er  $8,0$ .

Tegn en skitse af trekant  $ABC$ , og udregn længden af siden  $AC$ .

### Opgave 5.15

I trekant  $GHI$  er  $\angle I = 90^\circ$ ,  $|GI| = 14$  og  $|HI| = 20$ .

a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem  $\angle G$ .

### Opgave 5.16

I trekant  $ABC$  er  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 31^\circ$  og  $|AC| = 5$ .

a) Tegn en skitse af trekanten, og udregn  $|BC|$ .

### Opgave 5.17

I trekant  $DEF$  er  $\angle F = 90^\circ$ ,  $\angle D = 81^\circ$  og  $|EF| = 12$ .

Tegn en skitse af trekanten, og udregn  $|DF|$ .



### Øvelse 6.1

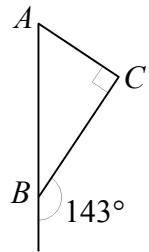
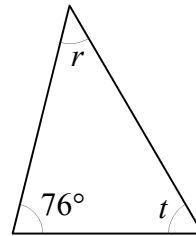
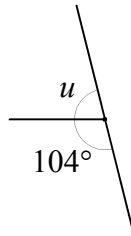
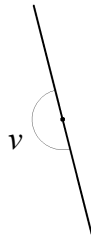
Skriv gradtal:

$$v = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$u = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$r + t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$$



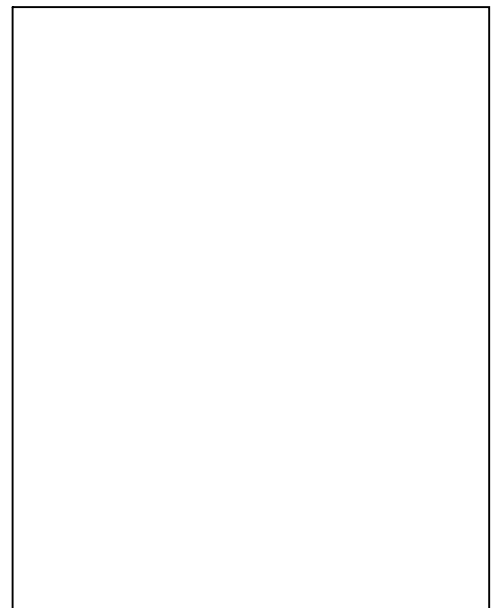
### Øvelse 6.2

I en trekant  $PQR$  gælder at vinkel  $Q$  er  $37^\circ$ , og at længden af siden  $PQ$  er 5,1.

På siden  $PR$  ligger et punkt  $S$  sådan at  $QS$  er vinkelret på  $PR$ .

Længden af  $QS$  er 4,7.

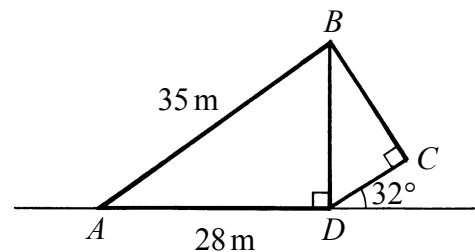
- Tegn en skitse der viser disse oplysninger.
- Brug trekant  $PQS$  til at udregne vinkel  $P$ .
- Udregn vinkel  $R$ .



### Opgave 6.3

Figuren viser tværsnittet af et kunstmuseum. Tværsnittet er en firkant  $ABCD$  hvor vinkel  $C$  er ret, og diagonalen  $BD$  står vinkelret på siden  $AD$ .

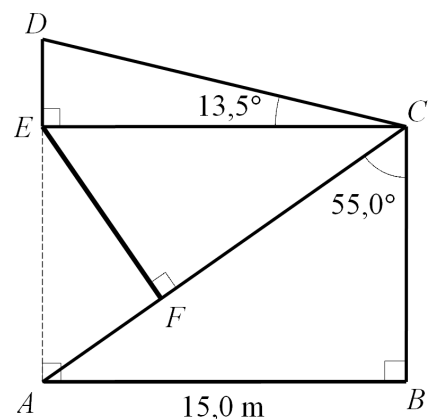
- Bestem længden af  $BD$ , og bestem vinkel  $A$ .
- Bestem længden af  $DC$ .



### Opgave 6.4

Figuren viser en tribune i tværsnit. Stangen  $EF$  holder taget. En person har målt de tal der står på figuren.

- Bestem  $|BC|$ .
- Bestem  $|DE|$ .
- Bestem  $|EF|$ .



### Øvelse 6.5

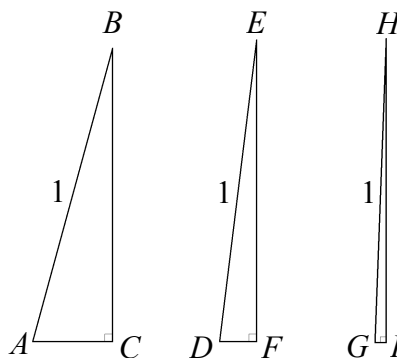
Figuren viser tre retvinklede trekanter med hypotenuse én.

$$A = 75^\circ \text{ så } |AC| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D = 83^\circ \text{ så } |DF| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$G = 88^\circ \text{ så } |GI| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos(90^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



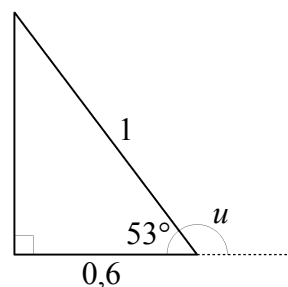
### Øvelse 6.6

I denne øvelse må du IKKE bruge lommeregner/computer til at finde svarene.

I STEDET skal du bruge oplysningerne i rammerne 4.2 og 6.2 i teoriheftet.

$$(a) \quad u = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \cos(53^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \cos(127^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(b) \quad 180^\circ - 27^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Da } \cos(27^\circ) = 0,891 \text{ , er } \cos(153^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



### Øvelse 6.7

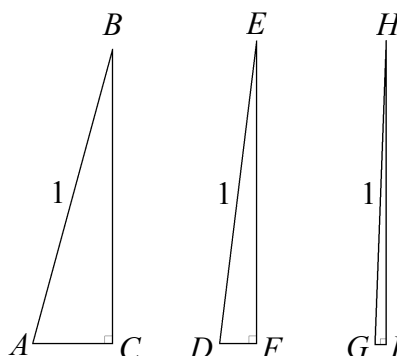
Figuren viser tre retvinklede trekanter med hypotenuse én.

$$A = 75^\circ \text{ så } |BC| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D = 83^\circ \text{ så } |EF| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$G = 88^\circ \text{ så } |HI| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(90^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



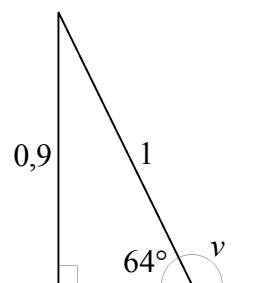
### Øvelse 6.8

I denne øvelse må du IKKE bruge lommeregner/computer til at finde svarene.

I STEDET skal du bruge oplysningerne i rammerne 4.2 og 6.3 i teoriheftet.

$$(a) \quad v = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \sin(64^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sin(116^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

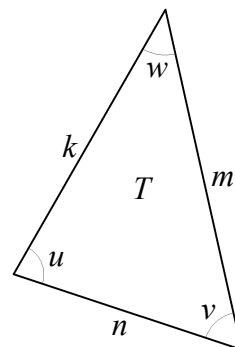
$$(b) \quad 180^\circ - 50^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Da } \sin(50^\circ) = 0,766 \text{ , er } \sin(130^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



### Øvelse 7.1

- (a) Læs de 6 nederste linjer på side 12 i teoriheftet.  
Brug denne regel til at finde ud af hvilke af følgende ligninger der er korrekte.  $T$  er trekantens areal.

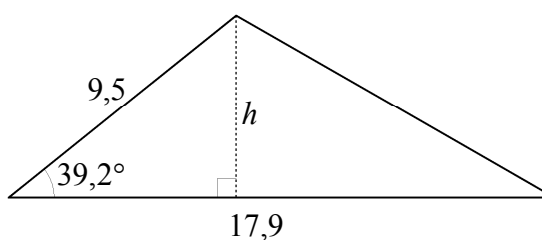
(1) $T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot \sin(u)$	(5) $T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot \sin(w)$
(2) $T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot n \cdot \sin(u)$	(6) $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(v)$
(3) $k \cdot m \cdot \sin(w) = T$	(7) $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(u)$
(4) $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \cos(v)$	(8) $T = \frac{1}{2} \cdot n \cdot k \cdot \sin(u)$



- (b) Brug en af de korrekte ligninger ovenfor til at finde ud af hvad  $m$  er når  $T = 20$ ,  $k = 7,2$  og  $w = 42,8^\circ$ .

### Øvelse 7.2

- (a) Udregn højden  $h$ .  
(b) Udregn trekantens areal.



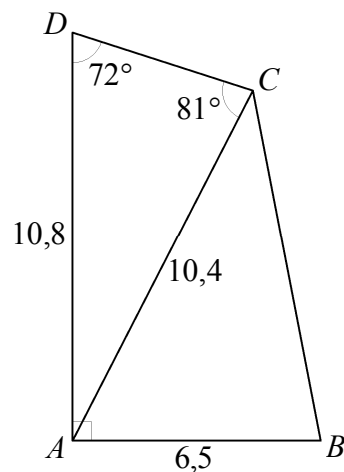
### Øvelse 7.3

- (a) Skitsér en trekant  $ABC$  hvor  $\angle B = 49^\circ$ ,  
 $a = 137$ ,  $b = 167$  og  $c = 221$ .  
(b) Udregn arealet af trekant  $ABC$  ved hjælp  
af sinusformlen for trekants areal.



### Øvelse 7.4

- (a) Udregn vinkel  $A$  i trekant  $ACD$ .  
(b) Udregn arealet af firkant  $ABCD$ .



### Øvelse 8.1

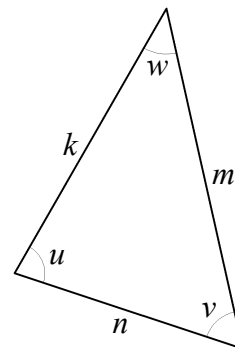
Afgør for hver af ligningerne om den er gyldig for den viste trekant.

$$(1) \frac{k}{\sin(v)} = \frac{n}{\sin(u)}$$

$$(3) \frac{k}{\sin(v)} = \frac{m}{\sin(u)}$$

$$(2) \frac{w}{\sin(n)} = \frac{v}{\sin(k)}$$

$$(4) \frac{n}{\sin(w)} = \frac{k}{\sin(v)}$$



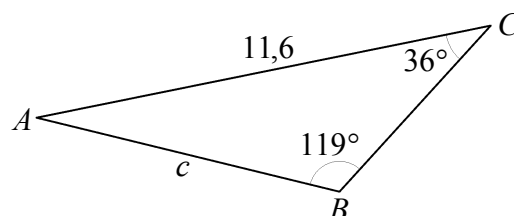
### Øvelse 8.2

- (a) Brug sinusrelationen til at skrive en ligning der er gyldig for den viste trekant og indeholder  $c$ ,  $11,6$ ,  $36^\circ$  og  $119^\circ$  :

$$\frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} = \frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} .$$

- (b) Brug denne ligningen til at udregne  $c$  .

$$c = \underline{\hspace{2cm}} .$$



### Øvelse 8.3

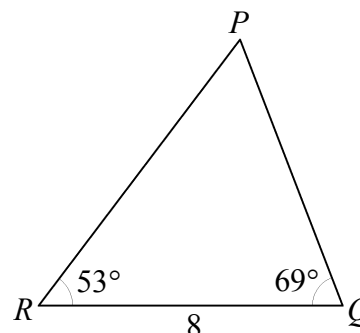
Når vi lægger de tre vinkler i en trekant sammen, så får vi altid  $\underline{\hspace{1cm}}$ °. Derfor er  $P = \underline{\hspace{1cm}}$ ° .

Brug sinusrelationen til at skrive en ligning som vi kan bruge til at udregne  $q$  :

$$\frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} = \frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} .$$

Vi taster denne ligning og får den løst mht.  $q$  for  $q > 0$  .

Vi får  $q = \underline{\hspace{2cm}} .$



### Øvelse 8.4

Tegn en skitse af en trekant hvor:

En side er 79 og dens modstående vinkel er  $105^\circ$  .

En side er 42 og dens modstående vinkel hedder  $v$  .

Vinklen  $v$  er spids da  $\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$   
 $\underline{\hspace{2cm}}$  .

Brug sinusrelationen til at udregne gradtallet for  $v$  .

$$v = \underline{\hspace{2cm}} .$$



### Øvelse 8.5

(a) Hvilke af de 5 ligninger er korrekte?

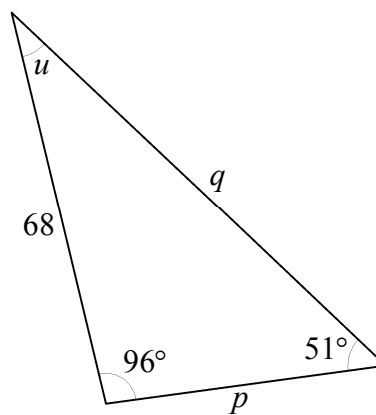
$$(1) \frac{q}{\sin(u)} = \frac{68}{\sin(51^\circ)}$$

$$(2) \frac{68}{\sin(51^\circ)} = \frac{q}{\sin(96^\circ)}$$

$$(3) u = 96^\circ + 51^\circ$$

$$(4) u + 96^\circ + 51^\circ = 180^\circ$$

$$(5) \frac{p}{\sin(u)} = \frac{68}{\sin(51^\circ)}$$



(b) Brug de korrekte ligninger til at udregne  $q$  og  $p$ .

### Øvelse 8.6

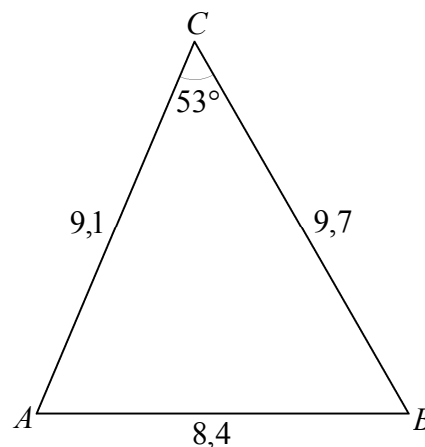
(a) Hvilke af de 4 ligninger er korrekte?

$$(1) \frac{9,7}{\sin(A)} = \frac{9,1}{\sin(B)}$$

$$(2) \frac{8,4}{\sin(C)} = \frac{9,7}{\sin(A)}$$

$$(3) \frac{9,1}{\sin(A)} = \frac{8,4}{\sin(C)}$$

$$(4) \frac{8,4}{\sin(C)} = \frac{9,1}{\sin(B)}$$



(b) Brug en af de korrekte ligninger til at udregne vinkel  $A$ .

### Øvelse 8.7

(a) Hvilke af de 5 ligninger er korrekte?

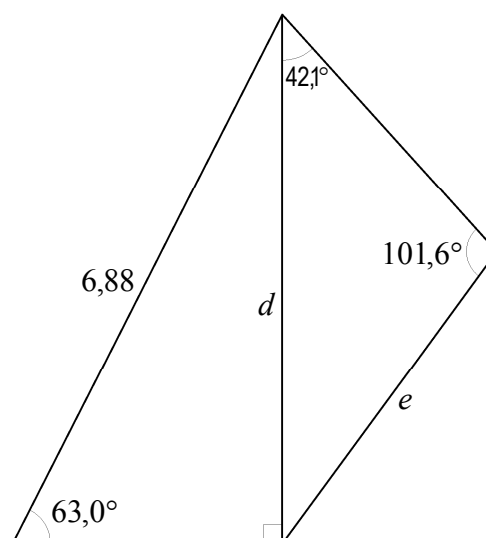
$$(1) d \cdot \sin(63,0^\circ) = 6,88$$

$$(2) 6,88 \cdot \sin(63^\circ) = d$$

$$(3) d \cdot \sin(42,1^\circ) = e$$

$$(4) \frac{e}{\sin(42,1^\circ)} = \frac{d}{\sin(101,6^\circ)}$$

$$(5) \frac{d}{\sin(63^\circ)} = \frac{e}{\sin(42,1^\circ)}$$

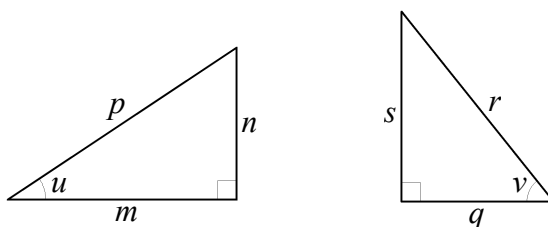


(b) Brug de korrekte ligninger til at udregne  $d$  og  $e$ .

### Øvelse 8.8

(a)  $p \cdot \sin(u) = \underline{\hspace{2cm}}$

(b)  $r \cdot \sin(v) = \underline{\hspace{2cm}}$

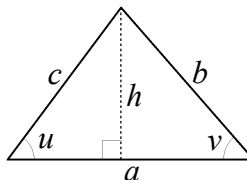


### Øvelse 8.9

(a)  $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \sin(u) = h$

(b)  $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \sin(v) = h$

(c)  $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \sin(u) = b \cdot \sin(v)$



### Øvelse 8.10

Hvilke ligninger er korrekte?

(1)  $m \cdot \sin(u) = k \cdot \sin(v)$

(2)  $\frac{m \cdot \sin(u)}{260} = \frac{k \cdot \sin(v)}{260}$

(3)  $\frac{m \cdot \sin(u)}{\sin(u) \cdot \sin(v)} = \frac{k \cdot \sin(v)}{\sin(u) \cdot \sin(v)}$



### Øvelse 8.11

Hvilke af følgende fire udtryk giver samme tal uanset hvilke tal vi indsætter for  $a$ ,  $d$  og  $c$  (når  $d$  og  $f$  ikke er 0)?

(1)  $\frac{a \cdot d}{d \cdot f}$

(2)  $\frac{a}{d}$

(3)  $\frac{a}{f}$

(4)  $\frac{d}{f}$

### Øvelse 8.12

Hvilke af ligningerne (2), (3) og (4) må gælde hvis (1) gælder?

(1)  $a \cdot \sin(w) = c \cdot \sin(t)$

(2)  $\frac{a \cdot \sin(w)}{\sin(w) \cdot \sin(t)} = \frac{c \cdot \sin(t)}{\sin(w) \cdot \sin(t)}$

(3)  $\frac{a}{\sin(w)} = \frac{c}{\sin(t)}$

(4)  $\frac{a}{\sin(t)} = \frac{c}{\sin(w)}$

### Øvelse 9.1

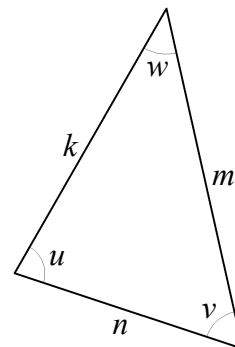
Afgør for hver af ligningerne om den er gyldig for den viste trekant.

(1)  $k^2 = m^2 + n^2 - 2 \cdot m \cdot n \cdot \cos(v)$

(2)  $n^2 = k^2 + m^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(v)$

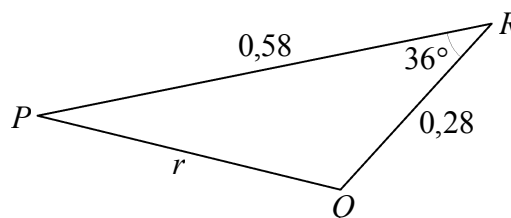
(3)  $n^2 = k^2 + m^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(w)$

(4)  $m^2 = n^2 + k^2 - 2 \cdot n \cdot k \cdot \cos(u)$



### Øvelse 9.2

- (a) Brug cosinusrelationen til at skrive en ligning der er gyldig for den viste trekant og indeholder  $r$ , 0,58, 0,28 og  $36^\circ$  :



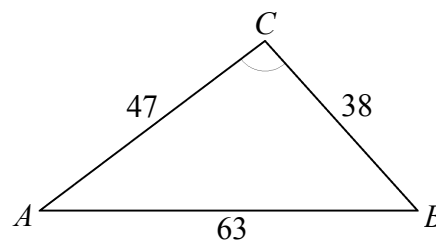
\_\_\_\_\_ <sup>2</sup> = \_\_\_\_\_ <sup>2</sup> + \_\_\_\_\_ <sup>2</sup> - 2 · \_\_\_\_\_ · \_\_\_\_\_ · cos( \_\_\_\_\_ )

- (b) Vi taster denne ligning og får den løst mht.  $r$  for  $r > 0$  .

Vi får  $r =$  \_\_\_\_\_ .

### Øvelse 9.3

Brug cosinusrelationen til at skrive en ligning som vi kan bruge til at udregne vinkel  $C$  .



\_\_\_\_\_ <sup>2</sup> = \_\_\_\_\_ <sup>2</sup> + \_\_\_\_\_ <sup>2</sup> - 2 · \_\_\_\_\_ · \_\_\_\_\_ · cos( \_\_\_\_\_ )

Vi taster denne ligning og får den løst mht.  $C$  for  $C$  mellem  $0^\circ$  og  $180^\circ$  .

Vi får  $C =$  \_\_\_\_\_ .

### Øvelse 9.4

Tegn en skitse af en trekant hvor:

To af siderne er 14 og 18.

Vinklen mellem disse to sider er  $43^\circ$  .

Den tredje side hedder  $d$  .

Brug cosinusrelationen til at udregne længden af den tredje side.

$d =$  \_\_\_\_\_ .

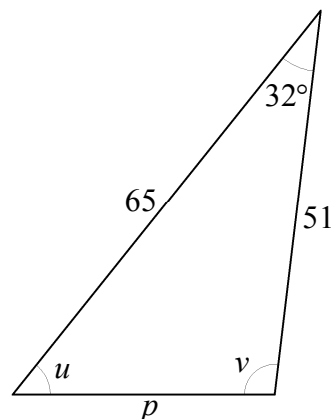


### Øvelse 9.5

(a) Hvilke af de 5 ligninger er korrekte?

- (1)  $65 \cdot \cos(u) = p$
- (2)  $65^2 = p^2 + 51^2$
- (3)  $65^2 = p^2 + 51^2 - 2 \cdot p \cdot 51 \cdot \cos(v)$
- (4)  $p^2 = 51^2 + 65^2 - 2 \cdot 51 \cdot 65 \cdot \cos(32^\circ)$
- (5)  $51^2 = 65^2 + p^2 - 2 \cdot 65 \cdot p \cdot \cos(32^\circ)$

(b) Brug en af de korrekte ligninger til at udregne  $p$ .

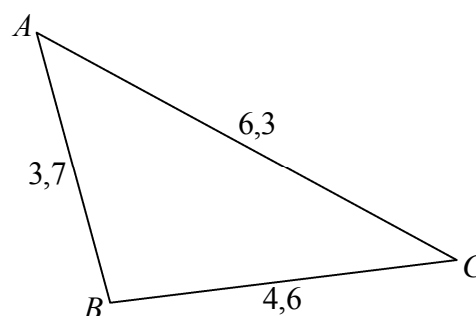


### Øvelse 9.6

(a) Hvilke af de 6 ligninger er korrekte?

- (1)  $3,7 \cdot \cos(B) = 4,6$
- (2)  $6,3 \cdot \cos(B) = 4,6$
- (3)  $6,3^2 = 4,6^2 + 3,7^2$
- (4)  $6,3^2 = 4,6^2 + 3,7^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 3,7 \cdot \cos(B)$
- (5)  $4,6^2 = 3,7^2 + 6,3^2 - 2 \cdot 3,7 \cdot 6,3 \cdot \cos(A)$
- (6)  $4,6^2 = 3,7^2 + 6,3^2 - 2 \cdot 3,7 \cdot 6,3 \cdot \cos(B)$

(b) Brug en af de korrekte ligninger til at udregne vinkel  $B$ .

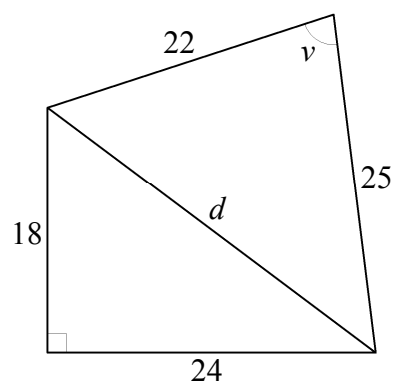


### Øvelse 9.7

(a) Hvilke af de 4 ligninger er korrekte?

- (1)  $d^2 = 24^2 + 18^2$
- (2)  $d^2 = 24^2 + 18^2 - 2 \cdot 24 \cdot 18 \cdot \cos(90^\circ)$
- (3)  $d^2 = 22^2 + 25^2 - 2 \cdot 22 \cdot 25 \cdot \cos(v)$
- (4)  $d^2 = 22^2 + 25^2$

(b) Brug nogle af de korrekte ligninger til at udregne  $d$  og  $v$ .



### Øvelse 9.8

En trekant hedder  $ABC$ .

På siden  $AC$  ligger et punkt  $D$ .

Længden af  $AC$  er 56.

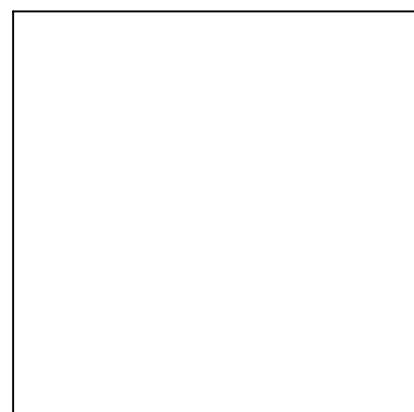
Længden af  $BC$  er 48.

Længden af  $BD$  er 33.

I trekant  $BCD$  er vinkel  $B$  lig  $24^\circ$ .

(a) Tegn en skitse der viser disse oplysninger.

(b) Udregn længden af  $AD$ .





## Øvelse 9.9

(a)  $(q-n)^2 = (q-n) \cdot (q-n)$   
 $= \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$   
 $= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$

(b) Hvilke af følgende ligninger må være sande?

(1)  $k \cos(u) = n$

(2)  $k \cos(u) = h$

(3)  $n + p = q$

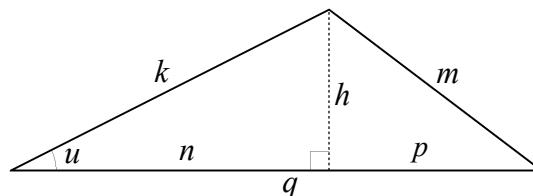
(4)  $n - q = p$

(5)  $p = q - n$

(6)  $p^2 = (q-n)^2$

(7)  $p^2 = q^2 - n^2$

(8)  $p^2 = q^2 + n^2 - 2qn$



(9)  $m^2 + p^2 = h^2$

(10)  $n^2 + h^2 = k^2$

(11)  $k^2 - n^2 = h^2$

(12)  $m^2 - p^2 = h^2$

(13)  $m^2 - p^2 = k^2 - n^2$

(14)  $m^2 = k^2 - n^2 - p^2$

(15)  $m^2 = k^2 - n^2 + p^2$

(16)  $m^2 = k^2 - n^2 + q^2 + n^2 - 2qn$

(17)  $m^2 = k^2 - 2n^2 + q^2 - 2qn$

(18)  $m^2 = k^2 + q^2 - 2qn$

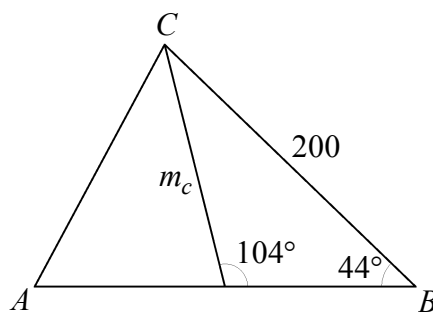
(19)  $m^2 = k^2 + q^2 - 2qk \cos(u)$

(20)  $m^2 = k^2 + q^2 - 2q + k \cos(u)$

### Opgave 10.1

Figuren viser trekant  $ABC$  og medianen fra  $C$ .

- (a) Bestem længden af siden  $AB$ .



### Opgave 10.2

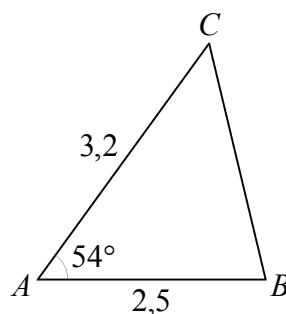
I trekant  $ABC$  er  $|AB| = 8$ ,  $|BC| = 6$  og  $\angle B = 22^\circ$ .

- (a) Bestem  $|AC|$  og  $\angle A$ .
- (b) Bestem længden af vinkelhalveringslinjen  $v_C$ .

### Opgave 10.3

Figuren viser en trekant  $ABC$ .

- (a) Beregn længden af siden  $a$ .
- (b) Beregn længden af højden  $h_c$ .



### Opgave 10.4

I trekant  $PQS$  ligger et punkt  $R$  på siden  $QS$ .

$\angle RPS = 27^\circ$ ,  $\angle S = 52^\circ$  og  $|RS| = 3,7$ .

- (a) Bestem  $|PS|$ .
- (b) Bestem  $|PQ|$ .

