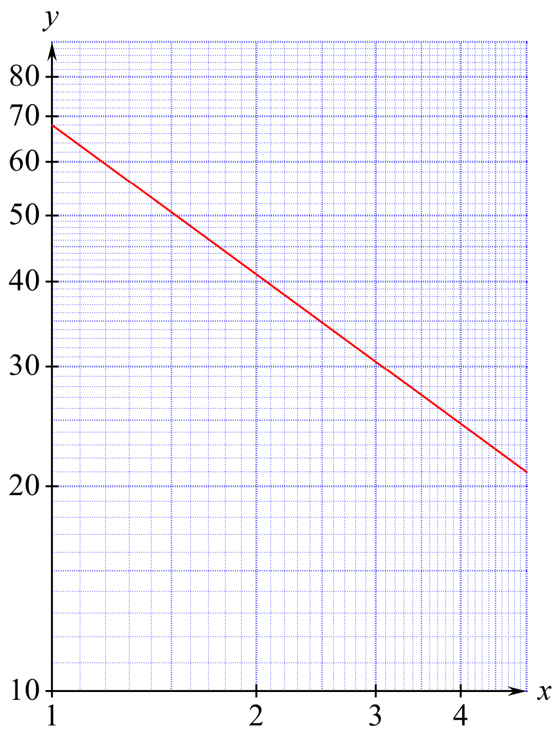
Øvelser

til hæftet

Kort om Potenssammenhænge



2011 Karsten Juul

Dette hæfte indeholder bl.a. mange småspørgsmål der gør det nemmere for elever at arbejde effektivt på at få kendskab til emnet.

Indhold

Øvelser til hæftet "Kort om potenssammenhænge"

Øvelse 1.1

På lommeregner eller computer (med matematikprogram) kan vi taste en potens ved hjælp af $\wedge$ eller potensskabelon.

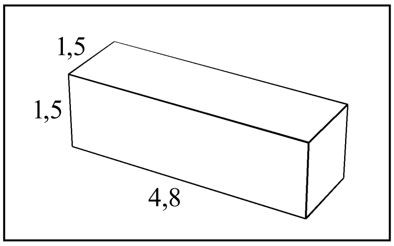
$3{,}1^2 =$ ________ $\quad 2^{2,1} =$ ________ $\quad 9^{0,5} =$ ________ $\quad 4^{-1} =$ ________

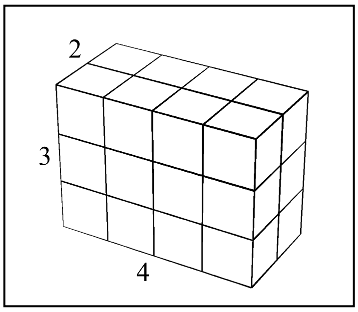
Øvelse 1.2

Hver af følgende sammenhænge kan vi få ved at sætte tal ind for a og b i ligningen $y = b \cdot x^a$.
Angiv i hvert tilfælde hvad der skal indsættes for a og b .

(1) $y = 4 \cdot x^3$ (2) $y = x^4 \cdot 3$ (3) $y = x^{0,4}$ (4) $y = 3x$.

Øvelse 1.3





Vi kan udregne rumfanget af en kasse ved at bruge reglen

$$\text{rumfang} = \text{længde} \cdot \text{bredde} \cdot \text{højde}$$

For kassen til højre er

(a) rumfang = ________ · ________ · ________ = ________

For kassen til venstre er

(b) rumfang = ________ · ________ · ________ = ________

Vi har nogle kasser hvor grundfladen er et kvadrat. Højden er 4 gange siden i grundfladen.

(c) Når siden i grundfladen er 2 , er rumfang = ___ · ___ · ___ · ___ = ______

(d) Når siden i grundfladen er 5 , er rumfang = ___ · ___ · ___ · ___ = ______

(e) Når siden i grundfladen er x, er rumfang = ___ · ___ · ___ · ___ = ______

(f) Udfyld tabellen:

x	1	2	3	4
$4 \cdot x^3$				

En bestemt type orm vokser sådan at når tykkelsen er 1, er rumfanget 4.
Hvis denne orm <u>bevarer sin facon</u> når den vokser, så vil der gælde:

når tykkelsen er x , så er rumfanget $4 \cdot x^3$,

men det viser sig at ormen efterhånden <u>får en mere aflang facon</u>. Man har målt følgende længder og rumfang (med en passende enhed):

x	1	2	3	4	⟵ længde
$4 \cdot x^{\square}$	4	28	87	194	⟵ rumfang

(g) Prøv dig frem med andre eksponenter end 3, og find en eksponent som passer med de målte tal (tallene er afrundet til hele tal). Eksponenten skal være ______ .

(h) Når $x =$ tykkelse og $y =$ rumfang, er $y = b \cdot x^a$ hvor $a =$ ______ og $b =$ ______ .

Øvelse 1.4

Vi har 600 kr. til at købe bær.

(a) Hvis prisen pr. kg er 24 kr., så kan vi købe ______ kg.

(b) Hvis prisen pr. kg er 30 kr., så kan vi købe ______ kg.

(c) Hvis prisen pr. kg er x kr., så kan vi købe ______ kg.

(d) Udfyld tabellen:

x	24	25	30	31,25
$\frac{600}{x}$				

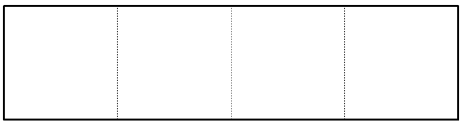
(e) Udfyld tabellen:

x	24	25	30	31,25
$600\cdot x^{-1}$				

(f) Når $x =$ kg-pris og $y =$ antal kg vi kan købe, er $y = b\cdot x^a$ hvor $a =$ ______ og $b =$ ______ .

Øvelse 1.5

Et rektangel på en skærm har den egenskab at når vi ændrer dets størrelse, så vedbliver bredden at være 4 gange højden. Rektanglet kan altså deles op i 4 kvadrater hvis side er højden i rektanglet.



(a) Når rektanglets arealet er 4, så er højden ______ .

(b) Når rektanglets arealet er 16, så er højden ______ .

(c) Når rektanglets arealet er 36, så er højden ______ .

(d) Når $x = 4$, så er $0{,}5\cdot x^{0{,}5}$ = ______ .

(e) Når $x = 16$, så er $0{,}5\cdot x^{0{,}5}$ = ______ .

(f) Når $x = 36$, så er $0{,}5\cdot x^{0{,}5}$ = ______ .

(g) Der gælder $y = 0.5\cdot x^{0{,}5}$ hvor $x =$ rektanglets ______________________
og $y =$ rektanglets ________________________ .

(h) $y = b\cdot x^a$ hvor $a =$ ______ og $b =$ ______ .

Øvelse 1.6

(a) Sammenhængen $y = 15\cdot x^2$ er *voksende* da *eksponenten 2 er positiv* .

(b) Sammenhængen $y = 3\cdot x^{0{,}2}$ er ________________ da ____________________________ .

(c) Sammenhængen $y = 2\cdot x^{-4}$ er ________________ da ____________________________ .

(d) Sammenhængen $y = x^{-0{,}11}$ er ________________ da ____________________________ .

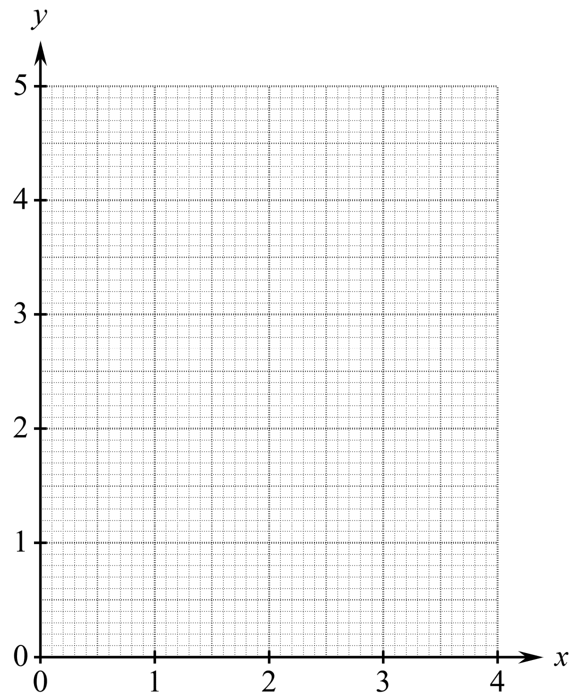
(e) Sammenhængen $y = 0{,}1\cdot x^8$ er ________________ da ____________________________ .

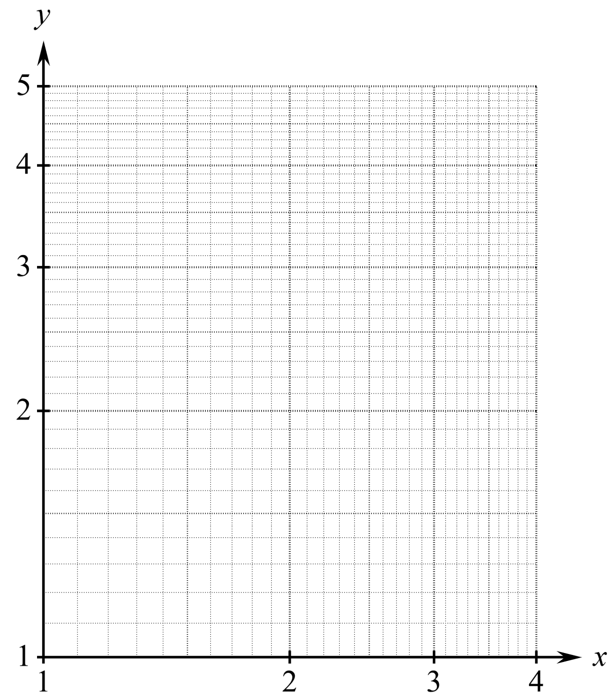
Øvelse 2.1

(a) Udfyld tabellen:

x	1	2	3	4
$5\cdot x^{-1{,}16}$				

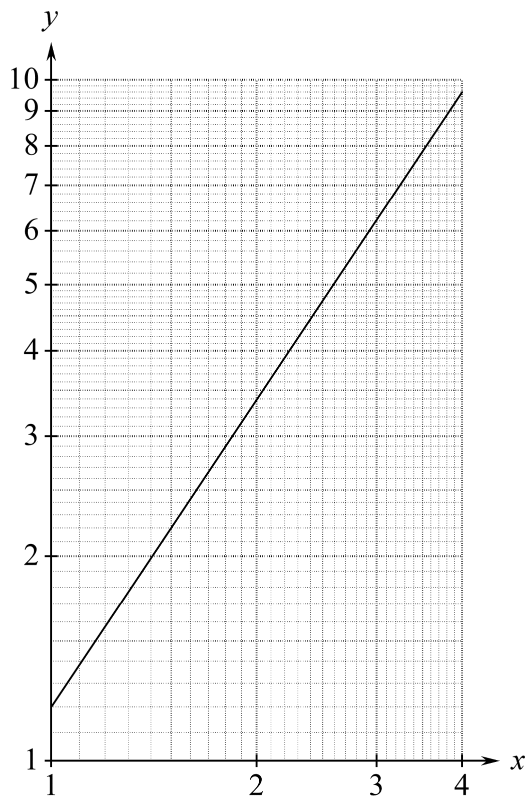
(b) Tegn grafen for sammenhængen $y = 5\cdot x^{-1{,}16}$ i begge koordinatsystemerne nedenfor.





Øvelse 2.2

Grafen viser sammenhængen mellem to variable x og y. Der er tale om en potenssammenhæng. I et sædvanligt koordinatsystem ville grafen være en krum kurve.



(a) Når $x = 1$, er $y =$ __________ .

(b) Når $x = 2$, er $y =$ __________ .

(c) Når x ændres fra 1 til 2, så vil y blive __________ enheder større.

(d) Når x ændres fra 2 til 3, så vil y blive __________ enheder større.

(e) Når x ændres fra 3 til 4, så vil y blive __________ enheder større.

Øvelse 3.1

(a) Løs ligningen $4 \cdot x^2 = 36$ for $x > 0$ ved hjælp af formel 3.2 i teorihæftet.

(b) Løs ligningen $5 \cdot x^3 = 40$ for $x > 0$ ved at omskrive ligningen.

(c) Løs ligningen $12 \cdot x^{0,71} = 95$ for $x > 0$ ved hjælp af elektronisk ligningsløser.

Øvelse 3.2

For nogle dyr gælder

$$y = 0{,}24 \cdot x^{2,8}$$

hvor y er vægten, målt i gram, og x er længden, målt i cm.

(a) Hvad er vægten af et dyr hvis længde er 3 cm?

(b) Hvad er længden af et dyr hvis vægt er 0,5 g?

Øvelse 3.3

Antallet af dyr i en indhegning afhænger af dyrenes længde. Der gælder

$$y = 5800 \cdot x^{-2,3}$$

hvor y er antal dyr i indhegningen, og x er dyrenes længde, målt i cm.

(a) Hvor mange dyr er der i indhegningen, hvis dyrenes længde er 6 cm?

(b) Hvad er dyrenes længde når der er 19 dyr i indhegningen?

Øvelse 3.4

Sammenhængen mellem tykkelse og længde for visse stængler kan beskrives ved ligningen

$$y = 13 \cdot x^{0,72}$$

hvor y er længden i cm, og x er tykkelsen i mm.

Hvor tyk er en 100 cm lang stængel?

Øvelse 3.5

Prisen for nogle figurer er fastlagt ved

$$y = 20 \cdot x^{3,5}$$

hvor y er prisen i kr. og x er højden i cm.

En gul figur er 3 cm høj, en rød figur er 5 cm høj, og en blå figur er 7 cm høj.

(a) Hvor mange kroner er den røde dyrere end den gule?

(b) Hvor mange kroner er den blå dyrere end den røde?

(c) Hvor mange procent er den røde dyrere end den gule?

(d) Hvor mange procent er den blå dyrere end den røde?

Øvelse 4.1

Et dyr vokser sådan at

$$y = 5{,}8 \cdot x^{2{,}4}$$

hvor y er vægten i gram, og x er længden i cm.

(a) Brug metode 1 fra ramme 4 i teorihæftet til at udregne hvor mange procent vægten bliver større når længden bliver 50 % større.

(b) Brug metode 2 fra ramme 4 i teorihæftet til at udregne hvor mange procent vægten bliver større når længden bliver 50 % større.

Øvelse 4.2

For en cylinder hvor højden er lig diameteren, gælder

$$y = \frac{\pi}{4} \cdot x^3$$

hvor y er rumfanget og x er diameteren.

(a) Hvad sker der med rumfanget af sådan en cylinder når vi fordobler diameteren?

(b) Hvor mange procent større bliver rumfanget når vi gør diameteren 20 % større?

Øvelse 4.3

Hvis vi sætter en vares pris op, så sælger vi mindre af den. For en bestemt vare gælder

$$y = 946000 \cdot x^{-2{,}11} \quad , \quad 10 \leq x \leq 29$$

hvor y er det beløb vi sælger for på én dag, og x er prisen pr. pakke. (Enheden for x og y er kr.).

(a) Hvor mange procent falder det beløb vi sælger for på én dag, hvis vi sætter prisen 20 % op?

(b) Hvor mange procent falder det beløb vi sælger for på én dag, hvis vi sætter prisen 40 % op?

(c) Hvor mange procent falder det beløb vi sælger for på én dag, hvis vi sætter prisen op fra 10 kr. til 20 kr.?

Øvelse 4.4

Om nogle kasser gælder at højden er 2 gange bredden, og længden er 3 gange bredden.

(a) Hvis bredden er 5, hvad er så kassens overflade?

(b) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem overfladen y og bredden x.

(c) Hvad sker der med overfladen når bredden fordobles?

Øvelse 4.5

For en bestemt bolig kan vi udregne det årlige varmetab gennem loftet ved hjælp af ligningen

$$y = 5400 \cdot x^{-0{,}75}$$

hvor y er varmetabet i kWh og x er tykkelsen i cm af isoleringen.

Nu er tykkelsen 10 cm.

Hvor mange procent vil varmetabet nedsættes hvis tykkelsen øges med 85 %?

Øvelse 5.1

Punkterne $(x, y) = (2, 4)$ og $(x, y) = (6, 108)$ ligger på grafen for sammenhængen $y = b \cdot x^a$.

(a) Udregn tallene a og b ved at sætte ind i formler for a og b (metode 1 fra ramme 5 i teorihæftet).

(b) Udregn tallene a og b ved at løse ligningssystem med elektronisk ligningsløser (metode 2 fra ramme 5 i teorihæftet).

(c) Udregn tallene a og b ved at løse ligningssystem uden elektronisk ligningsløser (metode 3 fra ramme 5 i teorihæftet).

(d) Udregn tallene a og b ved potensregression (metode 4 fra ramme 5 i teorihæftet).

Øvelse 5.2

For en lyskilde gælder at

(1) $y = b \cdot x^a$

hvor y er lysstyrken (målt i W/m^2) og x er afstanden til lyskilden (målt i cm).

Vi måler at

4 cm fra lyskilden er lysstyrken 0,075 W/m^2
10 cm fra lyskilden er lysstyrken 0,012 W/m^2.

(a) Hvilke af disse fire målte tal er x-værdier, og hvilke er y-værdier?

(b) Disse målte tal viser at grafen for sammenhængen (1) går gennem punkterne

(,) og (,) .

(c) Udregn tallene a og b i (1).

Øvelse 5.3

Et bløddyr vokser sådan at

$$y = b \cdot x^a$$

hvor y er overfladen (målt i mm^2) og x er tykkelsen (målt i mm).

Overfladen er 54 mm^2 når tykkelsen er 2,1 mm.
Overfladen er 890 mm^2 når tykkelsen er 7,1 mm.

(a) Udregn tallene a og b .

(b) Hvad er tykkelsen når overfladen er 200 mm^2 ?

(c) Hvad er overfladen når tykkelsen er 10 mm?

(d) Hvor mange procent større bliver overfladen større når tykkelsen bliver dobbelt så stor?

Øvelse 6.1

En bestemt fisk vokser sådan at der med god tilnærmelse gælder

$$y = b \cdot x^a$$

hvor x er længden i cm, og y er vægten i gram.
Man har målt følgende:

Længde i cm	11,2	12,7	14,4	17,5	20,8
Vægt i gram	16,3	23,2	32,9	56,5	91,3

(a) Bestem a og b så ligningen passer bedst muligt med de målte tal.

(b) Brug ligningen til at udregne hvor mange procent tungere fisken bliver når den bliver 20 % længere.

Øvelse 6.2

Man regner med at der under bestemte forhold gælder at

$$y = b \cdot x^a$$

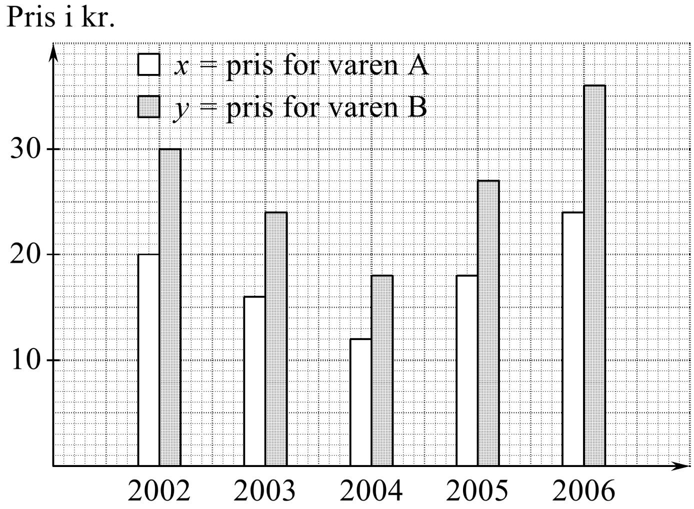
hvor x er antal enheder kosttilskud pr. dyr og y er antal dyr der dør.
Man har målt følgende:

Antal enheder kosttilskud	100	150	200	250	300	350
Antal dyr der dør	130	98	79	68	57	48

(a) Bestem a og b så ligningen passer bedst muligt med de målte tal.

(b) Brug ligningen til at udregne hvor mange procent antallet af døde dyr falder når mængden af kosttilskud firedobles.

Øvelse 7.1



I koordinatsystemet er tegnet nogle hvide og grå stolper.

x er højden af en hvid stolpe
y er højden af en grå stolpe.

x er IKKE tallene på den vandrette akse.

(a) I 2002 er $x =$ ______ og $y =$ ______

(b) Dette betyder at i år ______
er prisen på A lig ______
og prisen på B lig ______

(c) Vi udregner hvad vi i 2002 skal gange A's pris med for at få B's pris:
______ : ______ = ______ .

(d) $20 \cdot$ (facit fra (c)) = ______ .

Her skal stå det tal vi skal gange x med for at få y .

(e) I 2002 er $y =$ ______ $\cdot x$

(f) I 2003 er $y =$ ______ $\cdot x$

(g) I 2004 er $y =$ ______ $\cdot x$

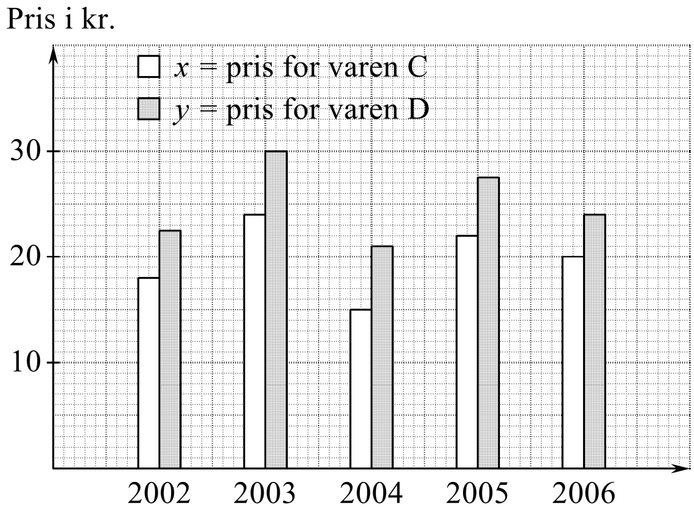
(h) I 2005 er $y =$ ______ $\cdot x$

(i) I 2006 er $y =$ ______ $\cdot x$

(j) Læs definitionen øverst i ramme 7 i teorihæftet om potenssammenhænge, og afgør om prisen på B er proportional med prisen på A.

(k) Sammenhængen mellem y og x kan beskrives med ligningen $y =$ ______ .

Øvelse 7.2



(a) I 2002 er $x =$ ______

(b) I 2002 er $y =$ ______

(c) I 2002 er $y =$ ______ $\cdot x$

(d) I 2003 er $y =$ ______ $\cdot x$

(e) I 2004 er $y =$ ______ $\cdot x$

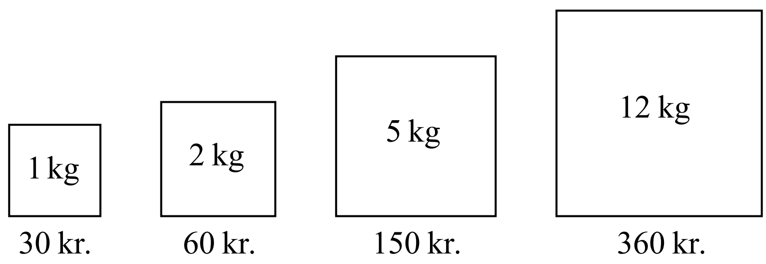
(f) I 2005 er $y =$ ______ $\cdot x$

(g) I 2006 er $y =$ ______ $\cdot x$

(h) Læs definitionen øverst i ramme 7 i teorihæftet om potenssammenhænge, og afgør om prisen på D er proportional med prisen på C.

Øvelse 7.3

En vare fås i pakker af forskellig størrelse. Figuren viser priserne.



(a) Undersøg om prisen er proportional med mængden.

(b) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem pris og mængde. Husk at ligningen ikke giver nogen mening hvis du glemmer at skrive nogle ord om hvad y og x står for.

Øvelse 7.4

Se besvarelsen i ramme 7 i teorihæftet om potenssammenhænge.
Her kan du se hvordan vi kan udregne svarene i denne øvelse.

De variable x og y er proportionale.

x	4	6	14	
y	10	15		45

Vis hvordan man kan udregne de manglende tal i tabellen.

Øvelse 7.5

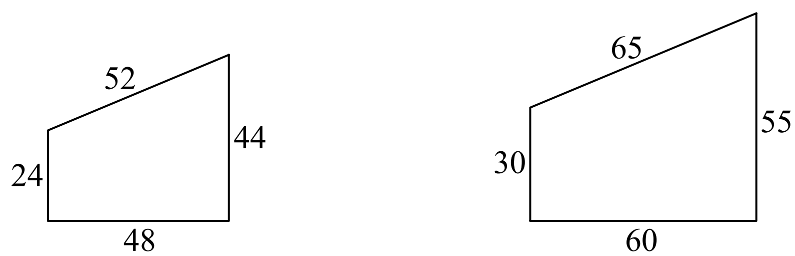
Om to proportionale variable x og y er oplyst at når x er 12, så er y lig 719,40.

(a) Hvad er y når x er 19?

(b) Hvad er x når y er 1858,48?

Øvelse 7.6

Figuren viser en stor og en lille firkant.



Hvis x kan være enhver af siderne i den lille firkant, og y betegner den tilsvarende side i den store firkant, så er x og y proportionale. Gør rede for dette, og skriv en ligning der viser sammenhængen mellem x og y.

Øvelse 8.1

Skriv hvad der skal stå over og under brøkstregen.

Vi har 24 mønter til at købe te for.

y = antal enheder vi kan købe.

(a) Hvis prisen pr. enhed er 2 mønter, er $y = \frac{\quad}{\quad} = \_\_\_\_\_$.

(b) Hvis prisen pr. enhed er 3 mønter, er $y = \frac{\quad}{\quad} = \_\_\_\_\_$.

(c) Hvis prisen pr. enhed er 8 mønter, er $y = \frac{\quad}{\quad} = \_\_\_\_\_$.

(d) Hvis prisen pr. enhed er x mønter, er $y = \frac{\quad}{\quad}$.

Øvelse 8.2

Vi kan ændre et rektangel, men arealet bliver ved med at være 8 .

x = rektanglets bredde

y = rektanglets højde

(a) Når $x = 4$, er $y = \frac{\quad}{x} = \_\_\_\_\_$.

(b) Når $x = 2$, er $y = \frac{\quad}{x} = \_\_\_\_\_$.

(c) Når $x = 1$, er $y = \frac{\quad}{x} = \_\_\_\_\_$.

(d) Når $x = 0{,}5$, er $y = \frac{\quad}{x} = \_\_\_\_\_$.

Øvelse 8.3

Se besvarelsen i ramme 8 i teorihæftet om potenssammenhænge.
Her kan du se hvordan vi kan udregne svarene i denne øvelse.

To variable x og y er omvendt proportionale. Når $x = 30$ er $y = 20$.

(1) Hvad er y når $x = 48$?

(2) Hvad er x når $y = 50$?

Øvelse 8.4

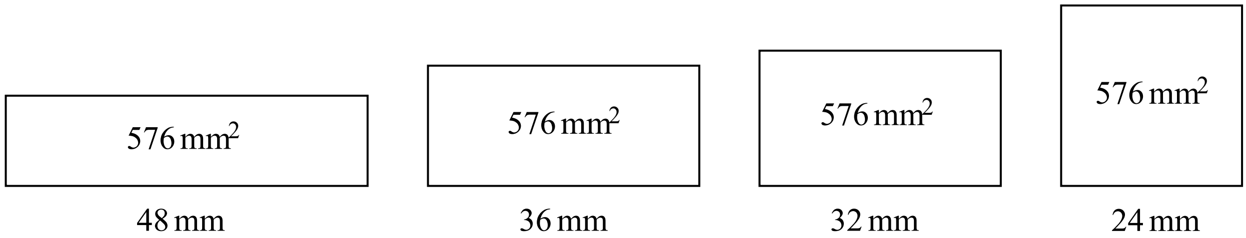
De variable x og y er omvendt proportionale.

x	8	9	10
y	45		

Find ud af hvad der skal stå på de tomme pladser.

Øvelse 8.5

En bestemt type flise fås i følgende fire udgaver:



Vi ser på følgende to variable:

x = bredde (i mm)

y = højde (i mm)

(a) For alle fliserne gælder at

$x \cdot y =$ __________

og

$y = \dfrac{\qquad}{\qquad}$ Brøkstreg

(b) Hvis vi vælger en mindre bredde x, så får vi en ____________ højde y.

(c) Udfyld tabellen:

x	24	32	36	48
y				

Øvelse 8.6

(a) Hvilke af følgende sammenhænge har samme *xy*-tabel?

(1) $y = 20 \cdot \frac{1}{x}$ (2) $y = \frac{x}{20}$ (3) $y = 0{,}05 \cdot x$ (4) $y = \frac{1}{20} \cdot x$ (5) $y = \frac{20}{x}$.

(b) I hvilke af disse sammenhænge gælder: y er omvendt proportional med x,
og i hvilke af sammenhængene gælder: y er proportional med x?

Øvelse 9.1

Når vi kører fra A til B, er rejsetiden omvendt proportional med farten.
Rejsetiden er 6,8 timer når farten er 50 km pr. time.

Vi kalder rejsetiden for _____ (vælg et bogstav).

Vi kalder farten for _____ (vælg et bogstav).

Da _____ er omvendt proportional med _____

er der et tal k så der gælder

$(*)$ $\quad = \;$ —— $\quad$ (På højre side af $=$ står en brøk)

Da _____ $=$ 6,8 når _____ $=$ 50 må

$= \;$ —— $\quad$ (Vi har indsat i ligningen $(*)$)

Vi løser denne ligning mht. k og får $k =$ _________ .

Dette tal indsætter vi i $(*)$ og får følgende ligning

$(**)$ $\quad =$

Dette er ligningen der viser sammenhængen mellem rejsetid og fart.

Vi vil finde rejsetiden når farten er 40 km pr. time. Vi indsætter i $(**)$:

$=$

Heraf får vi

_____ $=$

Konklusion:

Øvelse 9.2

Om et bestemt arbejde gælder at varigheden er omvendt proportional med antallet af arbejdere.
Varigheden er 15 dage når der er 8 arbejdere.

Hvad er varigheden når der er 10 arbejdere?