

Modeller i matematik

1. Hvad er en matematisk model?

En **matematisk model** af virkeligheden er noget matematik der ligner en del af virkeligheden

2. Tallene i en matematisk model er ikke præcis lig de målte tal

Funktionen $f(x) = 95 \cdot 1,0055^x$ hvor $f(x)$ er antal celler og x er antal minutter.
er en **matematisk model** der beskriver hvordan antallet af nogle celler vokser.

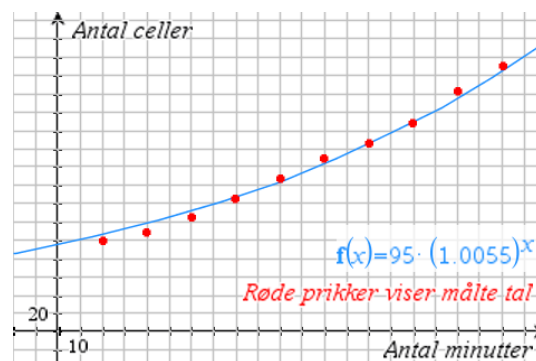
Den **blå kurve** er graf for f .

Med 20 minutters mellemrum har vi målt antallet af celler. Måleresultaterne er vist med **røde prikker**.

På figuren ser vi f.eks.:

På tidspunktet 20 minutter:
målt antal er lidt mindre end **models antal**.

På tidspunktet 100 minutter:
målt antal er lidt større end **models antal**.



Vigtig egenskab ved en matematisk model:

M1: De målte tal er normalt ikke præcis lig modellens tal.

3. Målte tal og modellens tal må ikke blandes i samme udregning.

Af M1 følger:

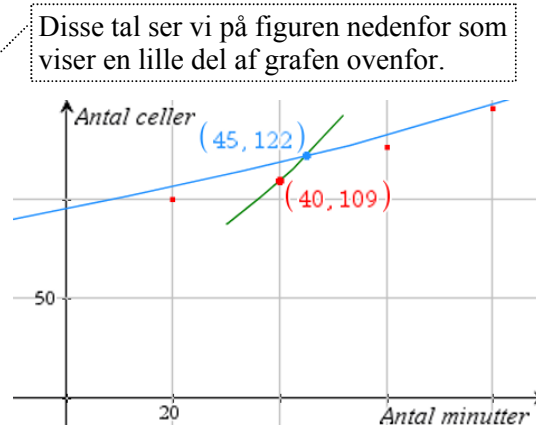
M2: Målte tal og modellens tal må ikke blandes i samme udregning.

I følgende eksempel får vi et helt forkert resultat fordi vi ikke retter os efter M2:

Målt: Når antal minutter er 40, er antal celler 109.
Model: Når antal minutter er 45, er antal celler 122.
Heraf: Antal stiger 12% på 5 minutter.

De 12% på 5 minutter svarer til den grønne graf som er alt for stejl.

På figuren ser vi: Hvis vi i stedet for 45 minutter havde valgt 41 minutter, ville den grønne graf have været endnu stejlere, altså endnu længere fra virkeligheden.



Dette eksempel viser at det nemt kan gå meget galt når man ikke retter sig efter M2.

4. Ofte er det kun enkelte punkter på en sammenhængende graf der svarer til noget i virkeligheden

Antal fugle beskrives ved modellen $f(x) = 16 \cdot 1,2^x$
hvor $f(x)$ er antal fugle, og x er antal år efter 2014.

Hvornår er der **35** fugle?

$$16 \cdot 1,2^x = 35 \quad \text{har løsningen} \quad x = 4,3$$

Forkert svar:

I 2018 (efter 4 år) er antal ikke helt **35**,
så det må være lidt inde i 2019 at antal er **35**.

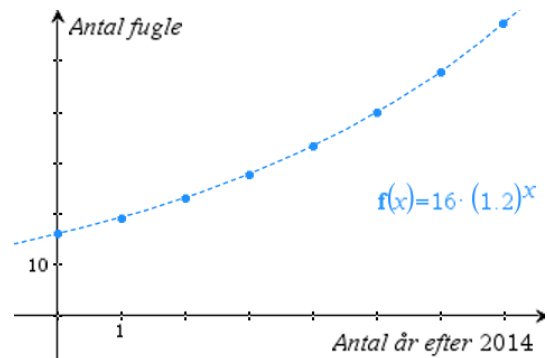
Dette er forkert, da antal fugle falder i begyndelsen af året.

Modellen beskriver

hvordan antallet ændres fra år til år.

Modellen beskriver **IKKE**

hvordan antallet ændres i løbet af året.



M3: Når en model er en graf, er det ofte kun nogle af grafpunkterne der svarer til noget i virkeligheden.

For hvert årstal har man **ét tal** der angiver resultatet af en optælling.

Det er kun de store prikker på den stiplede graf der svarer til noget i virkeligheden.

Vi går ud fra at spørgsmålet
betyder

Hvornår er der 35 fugle?

Hvornår er der **ca.** 35 fugle?

Så er det korrekte svar:

I 2018 er der ca. 35 fugle.

Hvis spørgsmålet er

Hvornår overstiger antal fugle 35?

så er det korrekte svar:

I 2019 overstiger antal fugle 35.

M4: En **fordoblingskonstant skal ikke afrundes til helt tal**
selv om det kun er grafpunkterne med hel x -koordinat der svarer til noget i virkeligheden.

5. Hvordan angiver vi hvor godt en model passer med et målt tal?

Ved hjælp af en model udregnede man i 2005 antallet af dyr i 2013. Det viser sig at

forskel på **udregnet** og **målt** tal er 25 600.

Passer model godt med målt tal?

Hvis forskellen 25 600 er **procentvis lille**, så passer modellen **godt**.

Hvis forskellen 25 600 er **procentvis stor**, så passer modellen **dårligt**.

Hvis målt tal er 1 980 000, så er procentvis forskel

$$\frac{25600}{1980000} = 0,012929 \approx 1,3\%$$

I den givne sammenhæng er 1,3% en lille forskel, så model passer godt med målt tal.

Hvor stor kan procentvis forskel være hvis vi skal kunne sige at modellen passer godt?

Hvis dette ikke er oplyst, så kræves kun at vi ved at det er procentvis forskel vi skal angive for at vise hvor godt model passer med målt tal.

M5: Det er **procentvis forskel på udregnet og målt tal** der viser hvor godt model passer med målt tal.

Modeller i matematik © 2014 Karsten Juul. Nyeste udgave af disse sider kan downloades fra mat1.dk/noter.htm. Siderne må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail om dette til kj@mat1.dk og oplyser titel og årstal samt hold, niveau, lærer og skole.