

1. Regler om ligevægt.

1a. Ligevægt bevares når vi trækker 2 fra begge sider

En grøn klods vejer x kg . En gul klods vejer **1 kg** .

Vægten viser at $x + 2 = 5$



Trækker 2 fra begge sider $x + 2 - 2 = 5 - 2$

Vægten viser at $x = 3$



Vi har fjernet to gule fra hver vægtskål.

1b. Ligevægt bevares IKKE når vi trækker 2 fra venstre side

En grøn klods vejer x kg . En gul klods vejer **1 kg** .

Vægten viser at $x + 2 = 5$



Trækker 2 fra venstre side $x + 2 - 2 = 5$ **FEJL!**

Vægten viser at der IKKE gælder $x = 5$



Vi har fjernet to gule fra venstre vægtskål.

1c. Ligevægt bevares når vi dividerer begge sider med 2

En grøn klods vejer x kg . En gul klods vejer **1 kg** .

Vægten viser at $2x = 6$



Dividerer begge sider med 2 $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

Vægten viser at $x = 3$

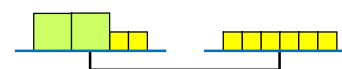


På hver vægtskål er halvdelen tilbage.

1d. Det skal være hele siden der divideres

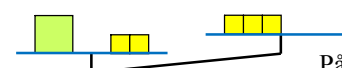
En grøn klods vejer x kg . En gul klods vejer **1 kg** .

Vægten viser at $2x + 2 = 6$



Ikke hele venstre side divideres $\frac{2x}{2} + 2 = \frac{6}{2}$ **FEJL!**

Vægten viser at der IKKE gælder $x + 2 = 3$



På venstre vægtskål har vi kun halveret en del af det der lå.

Korrekte omskrivninger:

$$\begin{aligned} 2x + 2 &= 6 \\ \text{Trækker 2 fra begge sider} \quad 2x &= 4 \\ \text{Dividerer begge sider med 2} \quad \frac{2x}{2} &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

1e. Regler om ligevægt

- 1f. Vi må **lægge** samme tal **til** begge sider af lighedstegnet.
- 1g. Vi må **trække** samme tal **fra** begge sider af lighedstegnet.
- 1h. Vi må **gange** begge sider af lighedstegnet med samme tal hvis dette tal **ikke** er nul.
- 1i. Vi må **dividere** begge sider af lighedstegnet med samme tal hvis dette tal **ikke** er nul.

Reglerne ovenfor er skrevet meget kort. På næste side forklarer vi grundigt hvad reglerne om ligevægt går ud på.

Vi kan træne reglerne om ligevægt ved at bruge dem til at løse ligninger.

Så nytter det ikke at du løser ligningerne ved hjælp af andre regler, da det er reglerne om ligevægt der er formålet med øvelserne.

Reglerne om ligevægt er en vigtig del af pensum.

2. Eksempler med regler for ligevægt.

I denne ramme går det ud på at få x til at stå alene ved at bruge regler om ligevægt.

2a. $x + 8 = 12$ Der er lagt 8 til x . Det **modsatte** er at trække 8 fra.
 $x + 8 - 8 = 12 - 8$ Derfor trækker vi 8 fra begge sider.
 $x = 4$

2b. $x + 5 = -14$ Der er lagt 5 til x . Det **modsatte** er at trække 5 fra.
 $x + 5 - 5 = -14 - 5$ Derfor trækker vi 5 fra begge sider.
 $x = -19$

2c. $x - 6 = 9$ Der er trukket 6 fra x . Det **modsatte** er at lægge 6 til.
 $x - 6 + 6 = 9 + 6$ Derfor lægger vi 6 til begge sider.
 $x = 15$

2d. $4 - x = 3$ Der er lagt 4 til $-x$ (minus står ikke foran 4). Det **modsatte** er at trække 4 fra.
 $4 - x - 4 = 3 - 4$ Derfor trækker vi 4 fra begge sider.
 $-x = -1$ I **2k** står hvordan vi fjerner minus så x står alene.

2e. $-7 + x = 2$ Der er trukket 7 fra x . Det **modsatte** er at lægge 7 til.
 $-7 + x + 7 = 2 + 7$ Derfor lægger vi 7 til begge sider.
 $x = 9$

2f. $24 = -3 - x$ Der er trukket 3 fra $-x$. Det **modsatte** er at lægge 3 til.
 $24 + 3 = -3 - x + 3$ Derfor lægger vi 3 til begge sider.
 $27 = -x$ I **2k** står hvordan vi fjerner minus så x står alene.

2g. Nogle regler om brøker

$\frac{4x}{4}$	kan omskrives til x fordi der står gange mellem 4 og x .
$\frac{x \cdot (-5)}{-5}$	kan omskrives til x fordi der står gange .
$\frac{x-5}{-5}$ og $\frac{3+x}{3}$	kan ikke omskrives til x fordi der ikke står gange .

2h. $3x = 12$ x er ganget med 3. Det **modsatte** er at dividere med 3.
 $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ Derfor dividerer vi begge sider med 3.
 $x = 4$ På venstre side kan 3 forkortes væk fordi der står gange mellem 3 og x .

2i. $-2 = x \cdot 5$ x er ganget med 5. Det **modsatte** er at dividere med 5.
 $\frac{-2}{5} = \frac{x \cdot 5}{5}$ Derfor dividerer vi begge sider med 5.
 $-0,4 = x$ På højre side kan 5 forkortes væk fordi der står gange mellem x og 5.

2j. $-8x = 1$ x er ganget med -8 . Det **modsatte** er at dividere med -8 .
 $\frac{-8x}{-8} = \frac{1}{-8}$ Derfor dividerer vi begge sider med -8 .
 $x = -0,125$ På venstre side kan -8 forkortes væk fordi der står gange mellem -8 og x .

2k. $-x = 9$
 $-x \cdot (-1) = 9 \cdot (-1)$ Vi ganger begge sider med -1 .
 $x = -9$ Fordi minus gange minus er plus.

2l. Samle led af samme type

$-9x + 5 + 7x$	$-9x$ og $7x$ er samme type.
$= -2x + 5$	Når vi fra syv x 'er trækker ni x 'er, får vi minus to x 'er.
$15 - 4 + 8x - 1 + x$	15 og -4 og -1 er samme type. 8x og x er samme type.
$= 10 + 9x$	Fra 15 trækker vi 4 og 1 og får 10. Otte x 'er plus ét x er ni x 'er.

2m. $6x = -2 + 10x$
 $6x - 10x = -2 + 10x - 10x$
 $-4x = -2$
 $\frac{-4x}{-4} = \frac{-2}{-4}$
 $x = 0,5$

I disse udregninger har vi brugt mellemregninger til at vise hvilke regler for ligevægt vi har brugt.

Løse ligning med regler for ligevægt, © 2014 Karsten Juul.
Nyeste version kan downloades fra <http://mat1.dk/noter.htm>.
Siderne må bruges i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til kj@mat1.dk som oplyser at de bruges, og oplyser hold, niveau, lærer og skole. 19/10-2014