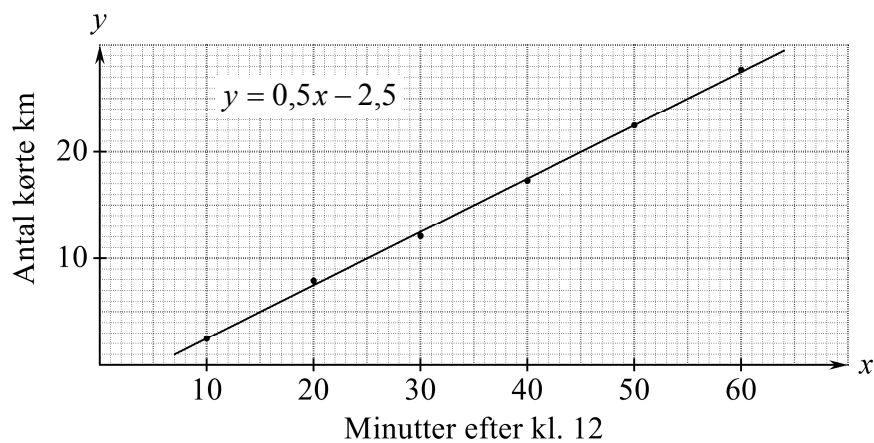


Lineære sammenhænge

Udgave 2



2009 Karsten Juul

Dette hæfte er en fortsættelse af hæftet "Variabelsammenhænge, 2. udgave 2009".

Indhold

1. Lineære sammenhænge, ligning og graf.....	1
2. Lineær regression.....	7
3. Hvad fortæller a og b om den lineære sammenhæng $y = ax+b$?.....	11
4. Opgaver hvor vi skal bestemme y eller x i $y = ax+b$	16
5. Hvordan kan vi beregne ændringer i y og x for en lineær sammenhæng?.....	18
6. Hvordan kan vi bestemme lineære sammenhænge?.....	23

Lineære sammenhænge

2. udgave 2009

© 2009 Karsten Juul

Dette hæfte kan downloades fra www.mat1.dk

Hæftet må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til kj@mat1.dk som dels oplyser at dette hæfte benyttes, dels oplyser om hold, lærer og skole.

1. Lineære sammenhænge, ligning og graf

Øvelse 1.1

En afgift skal stige med samme antal kr. hver måned.

- 3 måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften 40 kr.
4 måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften 45 kr.
- (a) 5 måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften _____ kr.
(b) 7 måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften _____ kr.
(c) 0 måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften _____ kr.
(d) 60 måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften _____ kr.
- (e) På et tidspunkt vil du udregne hvor stor afgiften er. Så skal du
gange antal måneder med _____ og lægge resultatet til _____ .
- (f) Skriv denne udregning som et regneudtryk på den tomme plads:
 x måneder efter at afgiften blev indført, er afgiften _____ kr.

Øvelse 1.2

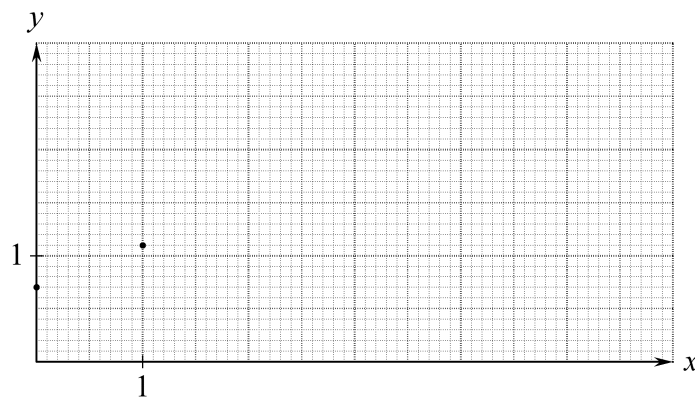
Vi køber en plante. Den vokser samme antal mm hver dag.

- 2 dage efter køb er højden 25 mm
3 dage efter køb er højden 28 mm
- (a) 4 dage efter køb er højden _____ mm
(b) 7 dage efter køb er højden _____ mm
(c) 0 dage efter køb er højden _____ mm
(d) 20 dage efter køb er højden _____ mm
- (e) Du vil udregne højden på et bestemt tidspunkt. Så skal du
gange antal dage efter køb med _____ og lægge resultatet til _____ .
- (f) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem følgende to variable:
 x = antal dage efter køb y = højde (i mm)
- Ligning: _____ .

Øvelse 1.3

I koordinatsystemet er tegnet to af punkterne på grafen for sammenhængen mellem to variable x og y . Der gælder:

y stiger med det samme
hver gang x bliver én enhed større.



- (a) Tegn flere grafpunkter.
(b) Når $x = 3$ er $y =$ _____. (c) Når $x = 0$ er $y =$ _____. (d) Når $x = 100$ er $y =$ _____.
(e) Vi kan udregne y ved at gange værdien af x med _____ og lægge resultatet til _____.
(f) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem x og y : _____ .

Øvelse 1.4

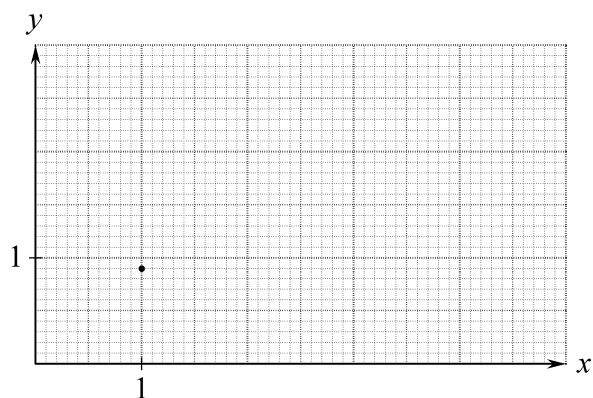
Der er tegnet et af punkterne på grafen for sammenhængen mellem x og y .

Når x stiger fra 1 til 2,
vil y blive 0,8 enheder større.

Når x stiger fra 2 til 3,
vil y blive 0,4 enheder større.

Når x stiger fra 3 til 4,
vil y blive 0,2 enheder større.

- (a) Tegn nogle flere grafpunkter.

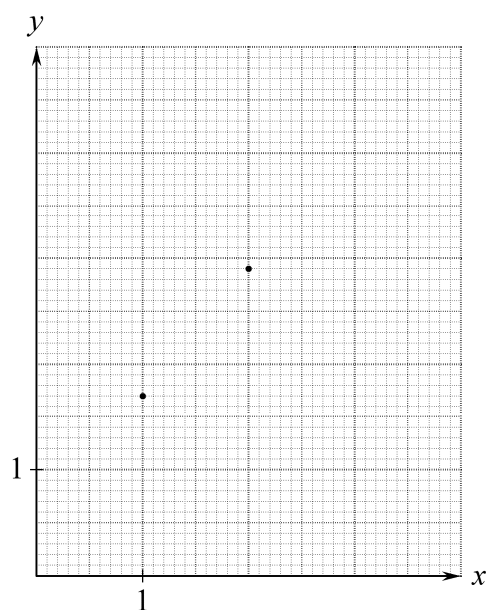


Øvelse 1.5

I koordinatsystemet er tegnet to af punkterne på grafen for sammenhængen mellem to variable x og y . Der gælder:

Grafens punkter ligger på en ret linje.
(Tegn ikke denne linje).

- (a) Når x stiger fra 2 til 3,
vil y blive _____ enheder større.
- (b) Når $x = 4$, er $y =$ _____ .
- (c) Når $x = 0$, er $y =$ _____ .
- (d) Når $x = 20$, er $y =$ _____ .
- (e) For at udregne værdien af y skal vi
gange værdien af x med _____
og lægge resultatet til _____ .
- (f) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem x
og y : _____ .



Øvelse 1.6

Vi har fået en sæk mønter. Hver dag bruger vi samme antal af disse mønter.

Om 8 dage er der 4700 mønter i sækken.

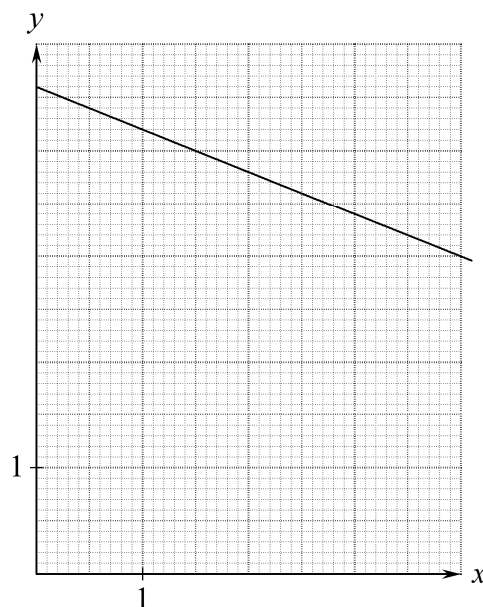
Om 9 dage er der 4450 mønter i sækken.

- (a) Om 10 dage er der _____ mønter i sækken.
- (b) Om 23 dage er der _____ mønter i sækken.
- (c) Nu er der _____ mønter i sækken.
- (d) Vi kan udregne antal mønter i sækken ved at
gange antal dage med _____ og trække resultatet fra _____
eller ved at
gange antal dage med _____ og lægge resultatet til _____ .
- (e) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem de to variable
 $x =$ antal dage $y =$ antal mønter i sækken
Ligning: _____ .

Øvelse 1.7

Den rette linje viser sammenhængen mellem x og y .

- (a) Når $x = 4$ er $y =$ _____ .
- (b) Når $x = 0$ er $y =$ _____ .
- (c) Når x ændres fra 0 til 1, så vil y blive _____ enheder mindre.
- (d) Når x ændres fra 1 til 2, så vil y blive _____ enheder mindre.
- (e) Når $x = 10$, er $y =$ _____ .
- (f) Vi kan beregne værdien af y ved at
 gange værdien af x med _____
 og trække resultatet fra _____
eller ved at
 gange værdien af x med _____
 og lægge resultatet til _____ .
- (g) Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem x og y : _____ .

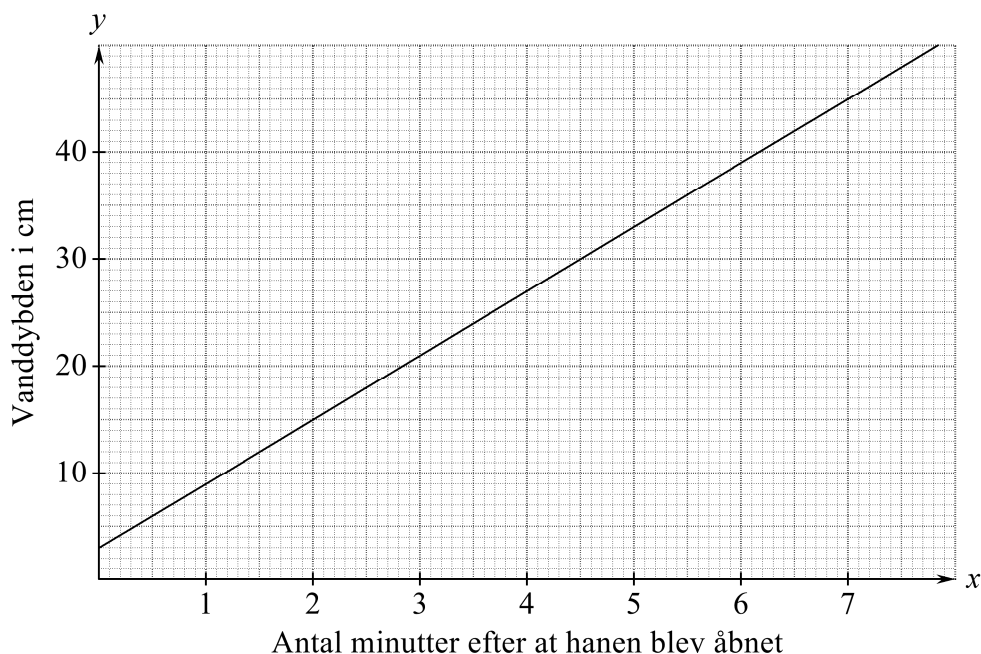


Øvelse 1.8

Grafen viser sammenhængen mellem følgende to variable:

x = antal minutter efter at hanen blev åbnet

y = vanddybden i cm



- (a) 0 minutter efter at hanen blev åbnet, var vanddybden _____ cm, og hvert minut bliver dybden _____ cm større.
- (b) 20 minutter efter at hanen blev åbnet, er vanddybden _____ cm.
- (c) Skriv ligning der viser sammenhængen mellem x og y : _____ .
- (d) _____ minutter efter at hanen blev åbnet er vanddybden 96 cm.

DEFINITION 1.9

En sammenhæng mellem to variable x og y er lineær, hvis den kan beskrives med en ligning på formen

$$y = a \cdot x + b$$

En oplysning om hvad et bestemt ord skal betyde, kalder man en DEFINITION.

Eksempel 1.10

Ligningen

$$y = 16 + 2x$$

viser sammenhængen mellem to variable x og y . Ligningen kan omskrives til

$$y = 2 \cdot x + 16$$

så ligningen er på formen

$$y = a \cdot x + b \quad \text{med} \quad a = 2 \quad \text{og} \quad b = 16.$$

Der er altså tale om en lineær sammenhæng.

Ligningen $y = 3x - 8$ kan omskrives til $y = 3 \cdot x + (-8)$ og er derfor på formen

$$y = a \cdot x + b \quad \text{med} \quad a = 3 \quad \text{og} \quad b = -8.$$

Ligningen $y = 10 - x$ kan omskrives til $y = (-1) \cdot x + 10$ og er derfor på formen

$$y = a \cdot x + b \quad \text{med} \quad a = -1 \quad \text{og} \quad b = 10.$$

Øvelse 1.11

Omskriv hver ligning til formen $y = a \cdot x + b$, og skriv hvad a og b er:

- (a) $y = 9 - 5x$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (b) $y = -x - 3$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (c) $y = 1 + x$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (d) $y = 8,5$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (e) $y = 2x$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (f) $y = 5(x - 2)$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

Øvelse 1.12

Omskriv hver ligning til formen $y = a \cdot x + b$, og skriv hvad a og b er:

- (a) $y = -4x + 5$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (b) $y = -10x$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (c) $y = -10$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (d) $y = 2 - (3 - x)$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (e) $y = -8 + 3x$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (f) $y = 2x + 5x$ kan omskrives til $y = \underline{\hspace{2cm}}$ så $a = \underline{\hspace{2cm}}$ og $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

SÆTNING 1.13

De lineære sammenhænge er de sammenhænge hvor grafen er en ret linje (eller en del af en ret linje).

Hvis en oplysning om noget der gælder, er særlig vigtig, så kalder man denne oplysning for en SÆTNING.

Eksempel 1.14

Opgave: Tegn grafen for sammenhængen $y = 0,5x + 0,7$.

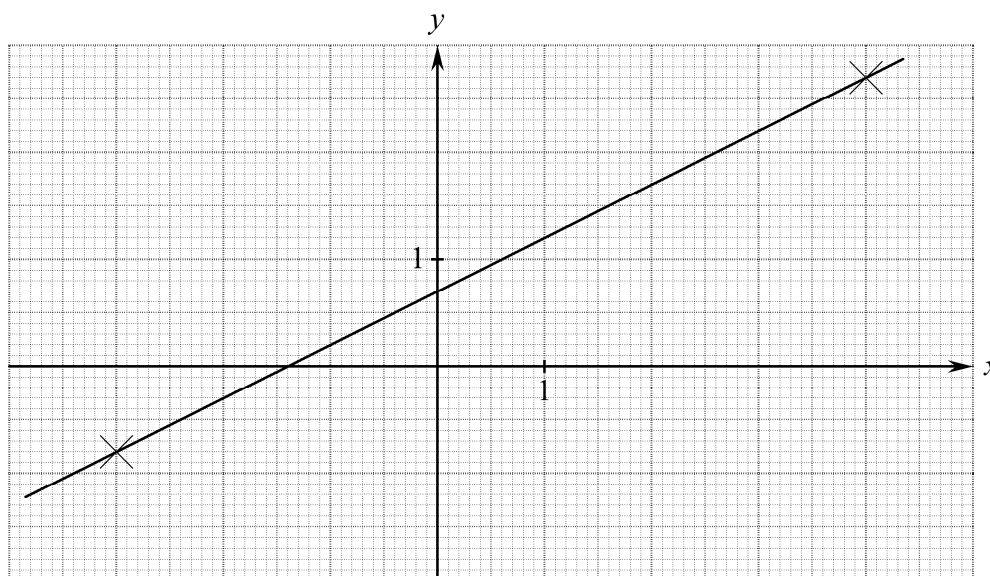
Besvarelse: Da grafen er en ret linje (ifølge sætning 1.13), behøver vi kun udregne to punkter for at kunne tegne den.

For at få stor nøjagtighed skal de to punkter ligge langt fra hinanden.

$$\text{Når } x = -3 \text{ er } y = 0,5 \cdot (-3) + 0,7 = -0,8$$

$$\text{Når } x = 4 \text{ er } y = 0,5 \cdot 4 + 0,7 = 2,7$$

Nu kan vi tegne grafen som den rette linje gennem punkterne $(-3, -0,8)$ og $(4, 2,7)$. Se figur.

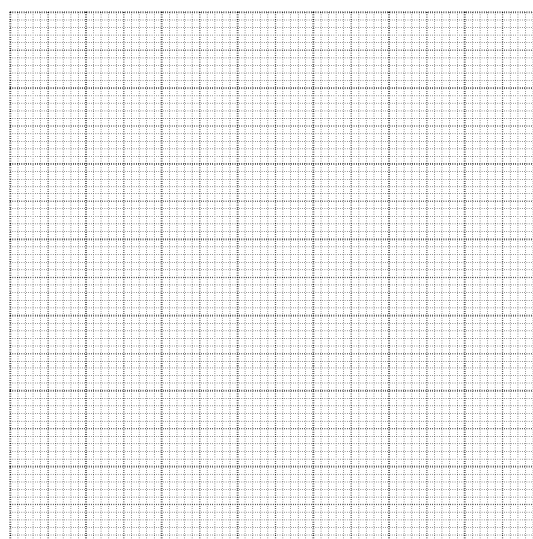


Øvelse 1.15

Denne øvelse drejer sig om grafen for sammenhængen

$$y = -0,8x + 2$$

- Hvorfor kan vi for denne graf nøjes med to støttepunkter? (Se 1.14).
- Tegn et koordinatsystem hvor både x -akse og y -akse går fra -6 til 6 .
- Hvis vi skal tegne grafen i dette koordinatsystem, hvorfor dur det så ikke at bruge de to støttepunkter der har x -koordinater 0 og 1 ? (Se 1.14).



- Tegn grafen i det tegnede koordinatsystem

SÆTNING 1.16

En lineær sammenhæng $y = ax + b$ er

aftagende hvis a er negativ

og

voksende hvis a er positiv.

Øvelse 1.17

På figuren er vist graferne for tre lineære sammenhænge

$$y = ax + b .$$

Afgør for hver af sammenhængene I, II og III om a er positiv eller negativ.

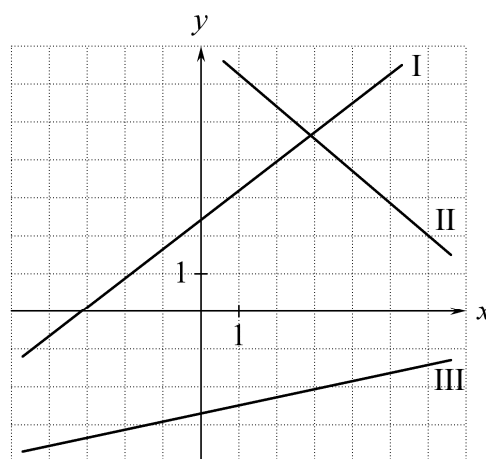
Skriv **positiv** eller **negativ**.



(a) For I er a _____ .

(b) For II er a _____ .

(c) For III er a _____ .



Øvelse 1.18

For hver sammenhæng $y = ax + b$ nedenfor skal du (ved at udfylde de tomme pladser) skrive om den er voksende eller aftagende, og begrunde det:

(a) $y = 0,2x - 3$ er _____ da tallet $a =$ _____ er _____ .

(b) $y = -4 + x$ er _____ da tallet $a =$ _____ er _____ .

(c) $y = -x - 2$ er _____ da tallet $a =$ _____ er _____ .

(d) $y = 0,6 - 4x$ er _____ da tallet $a =$ _____ er _____ .

(e) $y = 100 + 7 \cdot x$ er _____ da tallet $a =$ _____ er _____ .

Øvelse 1.19

(a) Et punkt kan trækkes frem og tilbage på grafen for $y = 0,2x - 4$.

Hvis punktets x -koordinat bliver større, vil dets y -koordinat blive _____ .

(b) Et punkt kan trækkes frem og tilbage på grafen for $y = -4x - 0,5$.

Hvis punktets x -koordinat bliver større, vil dets y -koordinat blive _____ .

(c) Et punkt kan trækkes frem og tilbage på grafen for $y = -3 + 2x$.

Hvis punktets x -koordinat bliver større, vil dets y -koordinat blive _____ .

Øvelse 1.20

(a) Ligningen $y = 50 + 15x$ viser sammenhængen mellem $x =$ varens vægt i gram og $y =$ pris pr. gram i kr. Jo tungere varen er, jo _____ er prisen pr. gram.

(b) Ligningen $y = -2x + 360$ viser sammenhængen mellem $x =$ varens vægt i gram og $y =$ pris pr. gram i kr. Jo tungere varen er, jo _____ er prisen pr. gram.

2. Lineær regression

Eksempel 2.1

For en bestemt cykeltur ser vi på følgende to variable:

x = antal minutter efter kl. 12

y = antal kørte km

Vi har fået oplyst følgende:

x :	10	20	30	40	50	60
y :	2,5	7,9	12,1	17,3	22,5	27,7

I tabellen ser vi f.eks. at

10 minutter efter kl. 12 har cyklisten kørt 2,5 km, og

20 minutter efter kl. 12 har cyklisten kørt 7,9 km.

(Det fremgår ikke hvornår cyklisten startede turen).

Vi vil bruge vores elektroniske hjælpemiddel til at udregne

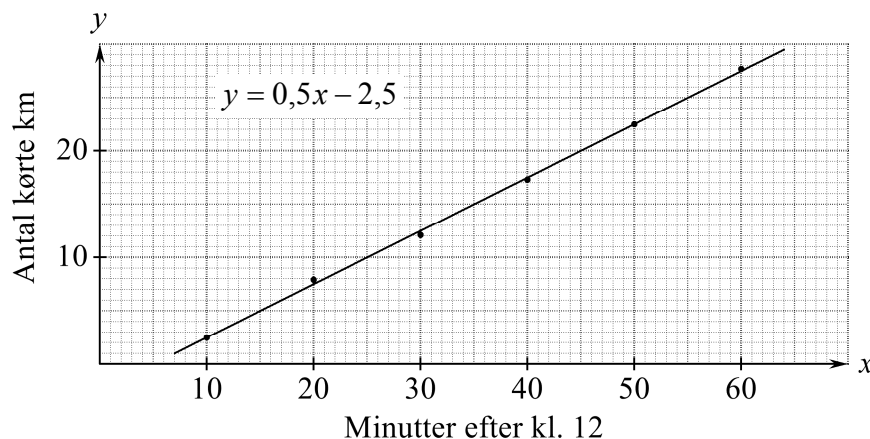
den lineære sammenhæng der passer bedst med tabellen.

Det gør vi sådan:

Først indaster vi tabellens tal sådan at x -værdierne kommer på den vandrette akse, og y -værdierne kommer på den lodrette akse.

Derefter vælger vi at få udført lineær regression.

Så fremkommer et skærmbillede der ligner følgende:



På skærmbilledet ser vi:

- Punkter der viser oplysningerne i tabellen.
- Grafen for den lineære sammenhæng der passer bedst med tabellen.
- Ligningen for denne sammenhæng.
- At punkterne ikke ligger præcis på linjen, men tæt på, så den lineære sammenhæng er en god tilmærmelse.

Øvelse 2.2

Vi ser på følgende to variable:

x = antal dage efter 1. november

y = antal æbler vi har tilbage

Vi har noteret følgende:

x :	10	20	30	40	50	60	70	80
y :	490	458	439	410	353	310	271	252

- (a) Brug regression til at udregne en ligning for den lineære sammenhæng der passer bedst med tabellen.
- (b) Brug skærmbilledet med punkter og linje til at besvare spørgsmålet: På hvilket tidspunkt afviger den fundne lineære sammenhæng mest fra tabellens tal?

Vi går ud fra at vi fortsætter med at spise æblerne i ca. samme tempo. Så kan vi bruge ligningen vi fandt i (a), til at besvare de følgende spørgsmål.

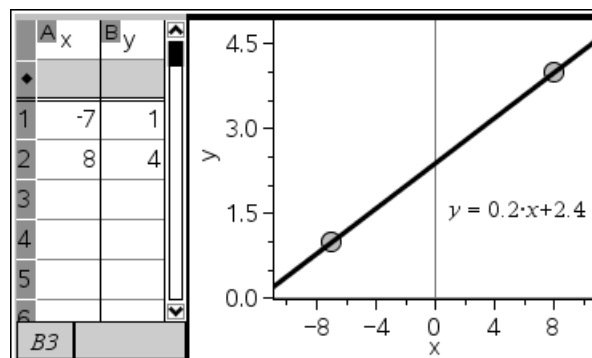
- (c) Hvor mange æbler har vi tilbage 100 dage efter 1. november?
- (d) Hvor mange dage går der efter 1. november før der kun er 100 æbler tilbage?
- (e) Hvor mange dage går der efter 1. november før der ikke er flere æbler tilbage?

Eksempel 2.3

Grafen for en lineær sammenhæng går gennem punkterne $(x, y) = (-7, 1)$ og $(x, y) = (8, 4)$. På figuren er vist hvordan vi kan indtaste disse tal. Vi vælger at få udført lineær regression og ser at

$$y = 0,2x + 2,4$$

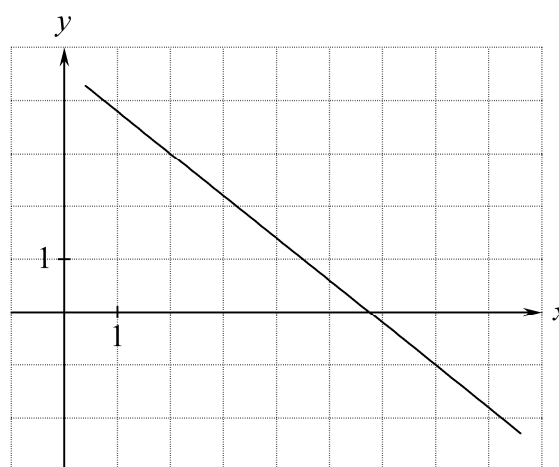
er en ligning for den lineære sammenhæng hvis graf går gennem de to punkter.



Øvelse 2.4

I koordinatsystemet ser vi grafen for en lineær sammenhæng.

Brug metoden fra eksempel 2.3 til at udregne en ligning for denne sammenhæng.



Øvelse 2.5

Grafen for en lineær sammenhæng mellem to variable x og y går gennem punkterne $(x, y) = (1, -12)$ og $(x, y) = (4, -3)$.

- Brug metoden fra 2.3 til at udregne en ligning for denne lineære sammenhæng.
- Brug svaret på (a) til at udregne y -koordinaten til det grafpunkt der har x -koordinat 7.
- Brug svaret på (a) til at udregne x -koordinaten til det grafpunkt der har y -koordinat -14 .

Øvelse 2.6

Der er en lineær sammenhæng mellem de variable

x = vægten i gram

y = prisen i kr.

Vi ved følgende:

Når vægten er 200 gram, er prisen 51 kr.

Når vægten er 500 gram, er prisen 126 kr.

Grafen for denne sammenhæng går gennem punkterne

$(x, y) = (\quad , \quad)$ og $(x, y) = (\quad , \quad)$.

Udregn en ligning for denne sammenhæng.

Øvelse 2.7

Der er en lineær sammenhæng mellem de variable

x = antal dage efter at planten blev købt (kan være negativ)

y = plantens højde i cm

Seks dage før købet var højden 108 cm, og fjorten dage efter købet var højden 113 cm.

- Udregn en ligning der viser sammenhængen mellem plantens højde og antal dage efter køb.
- Hvornår er plantens højde 150 cm?

Øvelse 2.8

Et bestemt dyr vokser sådan at der er en lineær sammenhæng mellem omkreds x (målt i mm) og længde y (målt i mm).

Når omkredsen er 1 mm, er længden 8 mm, og når omkredsen er 3 mm, er længden 23 mm.

Udregn en ligning der viser sammenhængen mellem omkreds og længde.

Øvelse 2.9

I denne opgave måles temperatur i $^{\circ}\text{C}$. Der er en lineær sammenhæng mellem temperaturen x i A og temperaturen y i B. Når temperaturen i A er -10°C , så vil temperaturen i B være 14°C , og når temperaturen i A er 2°C , vil temperaturen i B være -34°C .

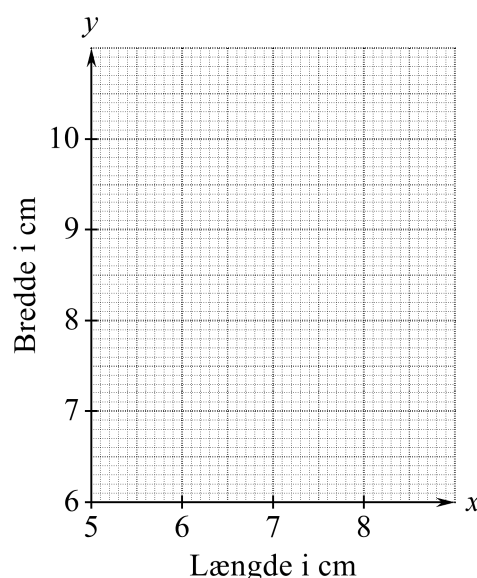
- Udregn en ligning der viser sammenhængen mellem temperaturerne i A og B.
- Hvad er temperaturen i B når temperaturen i A er 0°C ?
- Hvad er temperaturen i A når temperaturen i B er 0°C ?

Øvelse 2.10

Vi har målt nogle blade fra en busk:

Længde i cm	5,4	6,1	6,7	7,3	7,9	8,2
Bredde i cm	6,5	7,7	8,7	9,3	9,6	9,7

- Brug metoden fra eksempel 2.1 til at udregne ligningen for den lineære sammenhæng der passer bedst med de målte tal. Ligning: _____
- Tegn den lineære graf og de punkter der viser de målte tal.
- Brug ligningen fra (a) til at udregne bredden af et blad som har længde 6,7 cm, og vis hvordan samme resultat kan aflæses på figuren.
- Er det udregnede tal i (c) for stort eller for lille i forhold til virkeligheden (de målte tal)?
- Brug ligningen fra (a) til at udregne bredden af et blad som har længde 8,5 cm.
- Er det udregnede tal i (e) mon for stort eller for lille? Brug figuren til at begrunde dit svar.
- Er en lineær sammenhæng god til at beskrive de målte tal? Brug figuren til at begrunde dit svar.

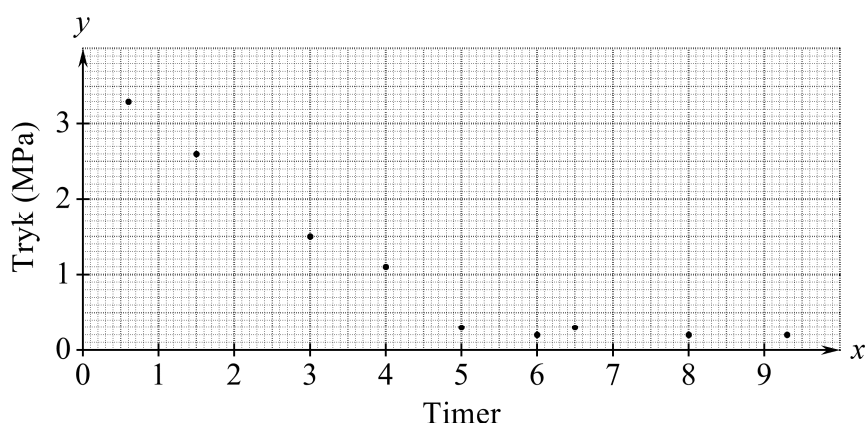


Øvelse 2.11

Vi måler trykket i en beholder flere gang i løbet af en dag:

Timer	0,6	1,5	3,0	4,0	5,0	6,0	6,5	8,0	9,3
Tryk (MPa)	3,3	2,6	1,5	1,1	0,3	0,2	0,3	0,2	0,2

Oplysningerne i tabellen afsætter vi som punkter i koordinatsystemet:



Vi ser at vi i begyndelsen med god tilnærmelse kan beskrive udviklingen i trykkets størrelse ved hjælp af en lineær sammenhæng.

- Udregn en ligning for denne sammenhæng (angiv hvilke tal du bruger, og hvad du gør ved disse tal).
- Tegn grafen for denne sammenhæng i koordinatsystemet.

3. Hvad fortæller a og b om den lineære sammenhæng $y = ax + b$?

Eksempel 3.1 Hvad fortæller a og b ?

Mellem de variable

x = antal uger efter at foreningen blev oprettet y = antal medlemmer

er der følgende sammenhæng:

$$70 + 25 \cdot x = y$$

antal uger antal medlemmer

Når $x = 0$ er y lig 70 plus 0 gange 25, dvs. $y = 70$.

Når $x = 1$ er y lig 70 plus 1 gange 25.

Når $x = 2$ er y lig 70 plus 2 gange 25.

Når $x = 3$ er y lig 70 plus 3 gange 25.

Dvs.

Antal medlemmer er 70 plus 25 for hver uge der er gået.

Tallene 25 og 70 fra ligningen $y = 25x + 70$ fortæller følgende om antallet af medlemmer:

Hver uge bliver antallet af medlemmer 25 større.

Da foreningen blev oprettet, var der 70 medlemmer.

Øvelse 3.2 Se i eksempel 3.1 hvad du skal gøre!

Mellem de variable

x = antal minutter efter at hanen blev åbnet y = antal liter i karret

er der følgende sammenhæng:

$$y = 3 \cdot x + 14$$

antal liter antal minutter

Når $x = 0$ er y lig _____.

Når $x = 2$ er y lig _____ plus _____ gange _____.

Når $x = 3$ er y lig _____ plus _____ gange _____.

Når $x = 4$ er y lig _____ plus _____ gange _____.

Dvs.

Antal liter er _____ plus _____ for hvert minut der er gået.

Tallene 3 og 14 fra ligningen $y = 3x + 14$ fortæller følgende om vandet i karret:

Hvert minut

Da hanen blev åbnet

Øvelse 3.3 Eksempel hvor x ikke er tiden.

For en bestemt busk vokser bredden hurtigere end højden. Mellem de variable

$$x = \text{bredde (i cm)} \quad y = \text{højde (i cm)}$$

er der følgende sammenhæng:

$$y = 0,8 \cdot x + 2$$

højde bredde

Når $x = 2$ er y lig _____ plus _____ gange _____.

Når $x = 3$ er y lig _____ plus _____ gange _____.

Når $x = 4$ er y lig _____ plus _____ gange _____.

Dvs.

Højden er _____ plus _____ for hver cm i bredden.

Tallet 0,8 fra ligningen $y = 0,8x + 2$ fortæller følgende om busken:

Højden bliver _____ cm større hver gang bredden

Øvelse 3.4 Eksempel hvor a er negativ.

Mellem de variable

$$x = \text{antal dage efter at der blev lagt brød i skabet} \quad y = \text{antal brød i skabet}$$

er der følgende sammenhæng:

$$y = -4 \cdot x + 28$$

- (a) Når $x = 0$ er y lig _____ plus 0 gange _____, dvs. $y =$ _____.
- Når $x = 1$ er y lig _____ plus 1 gange _____, dvs. $y =$ _____.
- Når $x = 2$ er y lig _____ plus _____ gange _____, dvs. $y =$ _____.
- Når $x = 3$ er y lig _____ plus _____ gange _____, dvs. $y =$ _____.

Hvis der i dag er 8 brød tilbage, så vil der i morgen være _____ brød tilbage.

Tirsdag er antallet af brød _____ mindre end det var mandag.

- (b) Tallene -4 og 28 fortæller følgende om antallet af brød i skabet:
-
-
-
-

Øvelse 3.5

I et havområde gælder

$$y = -0,1x + 460$$

hvor

x = afstand til havbunden (i meter) y = tryk (i atmosfære)

- (a) Når $x = 0$ er y lig _____ plus 0 gange _____, dvs. $y =$ _____ .
Når $x = 1$ er y lig _____ plus 1 gange _____, dvs. $y =$ _____ .
Når $x = 2$ er y lig _____ plus _____ gange _____, dvs. $y =$ _____ .
Når $x = 3$ er y lig _____ plus _____ gange _____, dvs. $y =$ _____ .

- (b) Tallene $-0,1$ og 460 fortæller følgende om trykket:

Øvelse 3.6

Mellem de variable

x = tiden (målt i uger efter 1. maj)

y = dyrets vægt (målt i gram)

er der følgende sammenhæng:

$$y = 15x + 80$$

Hvad fortæller tallene 15 og 80 om dyrets vægt?

Eksempel 3.7 Skrive en ligning for en sammenhæng

Følgende gælder om en plante:

Højden vokser med $1,5$ cm pr. uge

Højden var $27,0$ cm da planten blev købt.

Vi vælger følgende betegnelser:

x = antal uger efter at planten blev købt

y = højden (i cm)

Efter 0 dage er y lig $27,0$.

Efter 1 dag er y lig $27,0$ plus $1,5$.

Efter 2 dage er y lig $27,0$ plus 2 gange $1,5$.

Efter 10 dage er y lig $27,0$ plus 10 gange $1,5$.

Efter x dage er y lig $27,0$ plus x gange $1,5$.

Vi kan nu skrive en ligning for sammenhængen mellem tidspunkt og højde:

$$\underline{\underline{y = 1,5x + 27,0}}$$

Øvelse 3.8

I denne opgave er

x = antal meter under overfladen og y = trykket (i atmosfære) .

Trykket (i atmosfære)

er 1 ved overfladen,

og stiger med 0,1 hver gang man kommer 1 meter længere ned.

0 meter nede er y lig _____ plus _____ gange 0,1 .

1 meter nede er y lig _____ plus _____ gange 0,1 .

2 meter nede er y lig _____ plus _____ gange 0,1 .

15 meter nede er y lig _____ plus _____ gange 0,1 .

x meter nede er y lig _____ plus _____ gange 0,1 .

Vi kan nu skrive en ligning for sammenhængen mellem tryk og antal meter under overfladen:

$y =$

Øvelse 3.9 Skrive ligning når y aftager

I denne opgave er x = antal dage efter månedens start og y = formuens størrelse (i kr.) .

Der gælder:

Ved månedens start er formuen på 61 000 kr.

Hver dag bliver formuen 2000 kr. mindre.

Efter 0 dage er y lig _____ plus _____ gange -2000 , dvs, $y =$ _____ .

Efter 5 dage er y lig _____ plus _____ gange -2000 , dvs, $y =$ _____ .

Efter x dage er y lig _____ plus _____ gange -2000 .

Vi kan nu skrive en ligning for sammenhængen mellem formuen og tidspunktet:

$y =$

Øvelse 3.10 Skrive ligning når tidspunkter er årstal

I denne opgave er

x = antal år efter 2004

y = afgiften (i kr.)

BEMÆRK: Vi sætter ikke x lig årstallet. Vi sætter x lig antal år efter et eller andet årstal, fx 2004 eller 2000.

Følgende er oplyst:

I 2004 er afgiften 900 kr.

Hvert år stiger afgiften med 200 kr.

(a) Efter 0 år er y lig _____ plus _____ gange _____, dvs, $y =$ _____ .

(b) Efter 6 år er y lig _____ plus _____ gange _____, dvs, $y =$ _____ .

(c) Efter x år er y lig _____ plus _____ gange _____ .

Vi kan nu skrive en ligning for sammenhængen mellem afgiften og tidspunktet:

$y =$

Øvelse 3.11 Se 3.10

I 2008 er antallet af elever 1500, og i de kommende år skal antallet stige med 93 om året. For at skrive en ligning der viser sammenhængen mellem antal elever og tidspunktet, starter vi med at fastsætte:

$$x = \text{antal år efter } \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Skriv linjer der ligner (a)-(c) fra 3.10:

(a)

(b)

(c)

Vi kan nu skrive en ligning for sammenhængen mellem antallet af elever og tidspunktet:

$$\underline{\underline{y = \hspace{2cm}}}$$

Øvelse 3.12

I 1995 var der 840 pladser, og hvert af de følgende år blev antallet nedsat med 28. Brug metoderne fra eksempel 3.10 til at skrive en ligning der viser sammenhængen mellem antal pladser y og tidspunktet x .

Øvelse 3.13

Fra 1990 til 2008 blev et træ 0,8 meter højere hvert år. I 1992 var højden 3,9 meter. Vi sætter

$$y = \text{højden (i meter)} \quad x = \text{tidspunktet (i år)}$$

I hvert af følgende tilfælde skal du skrive en ligning der viser sammenhængen mellem y og x .

(1) x måles i år efter 1992 (x kan være negativ)

(2) x måles i år efter 1990

(3) x måles i år efter 2000 (x kan være negativ)

Øvelse 3.14

Mængden af salt i en sø stiger med 800 kg pr. år.

I 2007 var der 7200 kg salt i søen.

Vi vil skrive en ligning der viser sammenhængen mellem tidspunkt og mængde af salt.

Før vi kan skrive en ligning, må vi skrive hvad x og y står for:

$$x =$$

$$y =$$

BEMÆRK: Vi sætter ikke x lig årstallet. Vi sætter x lig antal år efter et eller andet årstal.

Vi kan nu skrive en ligning for sammenhængen mellem afgiften og tidspunktet:

$$\underline{\underline{y = \hspace{2cm}}}$$

4. Opgaver hvor vi skal bestemme y eller x i $y = ax + b$

Eksempel 4.1

For nogle skiver der findes i forskellige størrelser, gælder

$$(1) \quad y = 0,2x + 0,1$$

hvor y er tykkelsen, målt i mm, og x er diameteren, målt i mm.

Spørgsmål (a): Hvad er tykkelsen af en skive hvis diameter er 14 mm?

Svar: Under ligningen (1) står at x er diameteren, så da det oplyste tal 14 er en diameter, skal 14 indsættes på x 's plads:

$$y = 0,2 \cdot 14 + 0,1$$

Ved at udregne dette får vi

$$y = 2,9 .$$

Under ligningen (1) står at y er tykkelsen, så

en skive med diameter 14 mm har tykkelsen 2,9 mm .

Spørgsmål (b): Hvad er diameteren af en skive hvis tykkelse er 4,5 mm?

Svar: Under ligningen (1) står at y er tykkelsen, så da det oplyste tal 4,5 er en tykkelse, skal 4,5 indsættes på y 's plads:

$$4,5 = 0,2x + 0,1$$

For at løse denne ligning starter vi med at trække 0,1 fra på begge sider:

$$4,4 = 0,2x$$

Derefter dividerer vi begge sider med 0,2:

$$\frac{4,4}{0,2} = \frac{0,2x}{0,2}$$

Vi får

$$22 = x$$

Under ligningen (1) står at x er diameteren, så

en skive med tykkelse 4,5 mm har diameteren 22 mm .

Øvelse 4.2

Om en vare er oplyst at

$$y = 3,65x + 8,90$$

hvor y er prisen i kr. og x er bredden i cm.

(1) Hvad er bredden når prisen er 28,61 kr.?

(2) Hvad er prisen når bredden er 8 cm?

Eksempel 4.3 Fortsættelse af 4.1

I følgende spørgsmål står t for et tal som ikke er oplyst.

Spørgsmål (c): Hvad er diameteren af en skive hvis tykkelse er t mm? (Se eksempel 4.1)

Svar: Under ligningen (1) står at y er tykkelsen, så da det oplyste tal t er en tykkelse, skal t indsættes på y 's plads:

$$t = 0,2x + 0,1$$

For at løse denne ligning mht. x starter vi med at trække 0,1 fra på begge sider:

$$t - 0,1 = 0,2x$$

Derefter dividerer vi begge sider med 0,2:

$$\frac{t - 0,1}{0,2} = \frac{0,2x}{0,2}$$

Vi får

$$\frac{t - 0,1}{0,2} = x$$

Under ligningen (1) står at x er diameteren, så for en skive med tykkelse t mm er diameteren i mm lig

$$(2) \quad \underline{\underline{\frac{t - 0,1}{0,2}}}$$

Bemærkning: Hvis $t = 4,5$ får vi af (2) at diameteren i mm er

$$\frac{4,5 - 0,1}{0,2} = 22 .$$

Øvelse 4.4

Vi beskæftiger os stadig med varerne fra øvelse 4.2 .

- (a) Hvis p står for prisen på en af varerne, hvad er så bredden af denne vare (udtrykt ved p)?
- (b) Vis hvordan svaret på (a) kan bruges til at besvare første spørgsmål i øvelse 4.2 .

5. Hvordan kan vi beregne ændringer i y og x for en lineær sammenhæng?

Eksempel 5.1

For en plante gælder

$$(1) \quad y = 1,5x + 3,7$$

hvor y er vægten, målt i gram, og x er længden målt i cm.

Spørgsmål (a): Nu er plantens længde 5,2 cm. Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 2,6 cm længere?

Svar: x er 5,2. Spørgsmålet er: hvor meget større bliver y når x bliver 2,6 enheder større? Når x er blevet 2,6 enheder større, så har x størrelsen

$$5,2 + 2,6 = 7,8$$

Vi bestemmer y når x er 5,2 og 7,8:

$$\text{Når } x = 5,2 \text{ er } y = 1,5 \cdot 5,2 + 3,7 = 11,5 .$$

$$\text{Når } x = 7,8 \text{ er } y = 1,5 \cdot 7,8 + 3,7 = 15,4 .$$

Da x voksede fra 5,2 til 7,8, så voksede y altså fra 11,5 til 15,4. Nu kan vi nemt regne ud hvor meget større y er blevet:

$$15,4 - 11,5 = 3,9$$

Der gælder altså:

Planten blev 3,9 gram tungere da den blev 2,6 cm længere.

Bemærkning: Trinene i udregningerne er vist nedenfor.

x	$5,2$	$?$
y		

Trin 1

x	$5,2$	$7,8$
y	$?$	$?$

Trin 2

x	$5,2$	$7,8$
y	$11,5$	$15,4$

Trin 3

x	$5,2$	$7,8$
y	$11,5$	$15,4$

Trin 4

Øvelse 5.2

Spørgsmålene drejer sig om planten fra eksempel 5.1 .

Nu er plantens længde 3,6 cm.

- (1) Hvad er plantens længde når den er blevet 1,8 cm længere?
- (2) Hvad er plantens vægt nu?
- (3) Hvad er plantens vægt når den er blevet 1,8 cm længere?
- (4) Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 1,8 cm længere?
- (5) Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 3,2 cm længere?

Eksempel 5.3

 Fortsættelse af eksempel 5.1

Spørgsmål (b): Nu vejer planten 7,9 gram. Hvor meget længere end nu vil planten være når den er blevet 2,1 gram tungere?

Svar: y er 7,9. Spørgsmålet er: hvor meget større bliver x når y bliver 2,1 enheder større?

Når y er blevet 2,1 enheder større, så har y størrelsen

$$7,9 + 2,1 = 10,0$$

Vi bestemmer x når y er 7,9 og 10,0:

Ved at løse ligningen $7,9 = 1,5x + 3,7$ får vi $x = 2,8$.

Ved at løse ligningen $10,0 = 1,5x + 3,7$ får vi $x = 4,2$.

Da y voksede fra 7,9 til 10,0, så voksede x altså fra 2,8 til 4,2.

Nu kan vi nemt regne ud hvor meget større x er blevet:

$$4,2 - 2,8 = 1,4$$

Der gælder altså:

Planten blev 1,4 cm længere da den blev 2,1 gram tungere.

Bemærkning: Trinene i udregningerne er vist nedenfor.

x		
y	7,9	?
	$\xrightarrow{+ 2,1}$	

Trin 1

x	?	?
y	7,9	10,0
	$\xrightarrow{+ 2,1}$	

Trin 2

	$\xrightarrow{+ ?}$	
x	2,8	4,2
y	7,9	10,0
	$\xrightarrow{+ 2,1}$	

Trin 3

	$\xrightarrow{+ 1,4}$	
x	2,8	4,2
y	7,9	10,0
	$\xrightarrow{+ 2,1}$	

Trin 4

Øvelse 5.4

Spørgsmålene drejer sig om planten fra eksempel 5.1.

Nu er plantens vægt 4,9 gram.

- (1) Hvad er plantens vægt når den er blevet 1,2 gram tungere?
- (2) Hvad er plantens længde nu?
- (3) Hvad er plantens længde når den er blevet 1,2 gram tungere?
- (4) Hvor meget længere end nu vil planten være når den er blevet 1,2 gram tungere?
- (5) Hvor meget længere end nu vil planten være når den er blevet 3 gram tungere?

Eksempel 5.5

 Fortsættelse af eksempel 5.1

I følgende spørgsmål står t for et tal som ikke er oplyst.

Spørgsmål (c): Nu er plantens længde 5,2 cm. Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet t cm længere? (Se eksempel 11.1)

Svar: x er 5,2. Spørgsmålet er: hvor meget større bliver y når x bliver t enheder større?
Når x er blevet t enheder større, så har x størrelsen

$$5,2 + t$$

Vi bestemmer y når x er 5,2 og $5,2+t$:

$$\text{Når } x = 5,2 \text{ er } y = 1,5 \cdot 5,2 + 3,7 = 11,5$$

$$\text{Når } x = 5,2+t \text{ er } y = 1,5 \cdot (5,2+t) + 3,7 = 7,8 + 1,5t + 3,7 = 11,5 + 1,5t$$

Vi kan nu regne ud hvor meget større y er blevet:

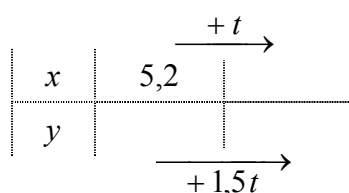
$$11,5 + 1,5t - 11,5 = 1,5t$$

Der gælder altså at da planten blev t cm længere, så var vægtstigningen i gram

$$\underline{\underline{1,5t}}$$

Der er parentes da 1,5 skal ganges med det vi får når 5,2 lægges til t .

Bemærkninger: Opgavens resultat kan vi anskueliggøre sådan:



Stigningen i y -værdien er halvdanden gange stigningen i x -værdien.

Øvelse 5.6

I bemærkningerne ovenfor står en regel om planten fra 5.1. Vis hvordan reglen kan bruges til at besvare følgende spørgsmål:

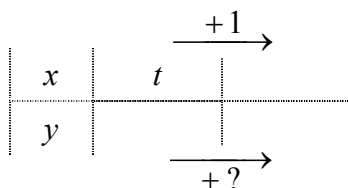
- (1) Nu er plantens længde 5,2 cm. Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 1 cm længere?
- (2) Nu er plantens længde 5,2 cm. Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 2 cm længere?
- (3) Nu er plantens længde 5,2 cm. Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 10 cm længere?

Eksempel 5.7 Fortsættelse af eksempel 5.1

I følgende spørgsmål står t for et tal som ikke er oplyst.

Spørgsmål (d): Når x starter med at have værdien t og vi derefter gør x 1 enhed større, hvor meget større bliver så y ? (Se eksempel 11.1)

Dette spørgsmål anskueliggør vi her:



Svar: Værdien af x ændrer vi fra t til $t+1$.

$$\text{Når } x = t \text{ er } y = 1,5t + 3,7$$

$$\text{Når } x = t+1 \text{ er } y = 1,5(t+1) + 3,7 = 1,5t + 1,5 + 3,7 = 1,5t + 5,2$$

Vi kan nu regne ud hvor meget større y bliver når vi ændrer x fra t til $t+1$:

$$1,5t + 5,2 - (1,5t + 3,7) = 1,5t + 5,2 - 1,5t - 3,7 = 1,5$$

Altså gælder at

y bliver 1,5 større når x bliver 1 enhed større.

Bemærkning: Start-tallet t indgår ikke i svaret. Der gælder altså:

Hver gang x bliver 1 enhed større, så vil y blive 1,5 enheder større.

Øvelse 5.8

I bemærkningen ovenfor står en regel om planten fra 5.1. Vis hvordan reglen kan bruges til at besvare følgende spørgsmål:

- (1) Hvor meget tungere bliver planten når den bliver 1 cm længere?
- (2) Hvor meget tungere bliver planten når den bliver 2 cm længere?
- (3) Hvor meget tungere bliver planten når den bliver 3 cm længere?

Øvelse 5.9

Ligningen

$$y = 5x + 2$$

viser sammenhængen mellem to variable x og y .

- (1) Find ud af hvad der skal stå efter sidste lighedstegn:

$$\text{Når } x = t \text{ er } y =$$

- (2) Find ud af hvilket reduceret udtryk der skal stå efter sidste lighedstegn:

$$\text{Når } x = t+1 \text{ er } y = 5(t+1) + 2 =$$

- (3) Find ud af hvad der skal stå efter de to sidste lighedstegn nedenfor når udregningen skal være omtrent som den i (2)

$$\text{Når } x = t+2 \text{ er } y = \quad =$$

Vis hvordan dine svar på foregående spørgsmål kan bruges til at besvare følgende to spørgsmål:

- (4) Hvor mange enheder bliver y større når x bliver 1 enhed større.
- (5) Hvor mange enheder bliver y større når x bliver 2 enhed større.

Eksempel 5.10

I dette eksempel står både a , b og t for tal som ikke er oplyst.

Ligningen

$$(1) \quad y = ax + b$$

viser sammenhængen mellem to variable y og x .

Spørgsmål (a): Hvilken ændring sker i værdien af y , når x ændrer værdi fra t til $t+1$?

Svar: Vi regner ud hvad y er når x er t og $t+1$:

$$\text{Når } x = t \text{ er } y = at + b$$

$$\text{Når } x = t+1 \text{ er } y = a(t+1) + b = at + a + b$$

Vi udregner nu ændringen i værdien af y :

$$at + a + b - (at + b) = at + a + b - at - b = a$$

Dvs. når x ændres fra t til $t+1$, så lægges a til værdien af y .

Bemærkninger: Udregningen i svaret kan vi anskueliggøre sådan:

x	t	$t+1$
y	$at+b$	$at+a+b$

$\xrightarrow{+1}$
 $\xrightarrow{+a}$

Udregningen viser at uanset hvilken startværdi x har, så lægges der a til værdien af y når der lægges 1 til værdien af x .

Bemærk at a kan være negativ. Hvis a er -2 , så bliver y altså 2 enheder mindre hver gang x bliver 1 enhed større.

Svaret på (a) er et **BEVIS** for sætning 5.11(a) nedenfor.

Hvad er et BEVIS ? Et bevis for en påstand er nogle logiske slutninger der gør det fuldstændig sikkert at påstanden gælder.

Her er et bevis for sætning 5.11(b): Når $x = 0$, er $y = a \cdot 0 + b$, dvs. $y = b$.

SÆTNING 5.11 Betydningen af a og b i $y = ax + b$.

For en lineær sammenhæng $y = ax + b$ gælder at

- (a) hver gang x bliver 1 enhed større, så vil y blive a enheder større.
- (b) når x er 0, er y lig b .

Øvelse 5.12

Ligningen $y = 4x + 2735$ viser en lineær sammenhæng.

- (a) Hvor meget større bliver y når vi gør x 1 enhed større? (Brug sætning 5.11).
- (b) Hvor meget større bliver y når vi gør x 10 enheder større? (Brug svaret på (a)).

6. Hvordan kan vi bestemme lineære sammenhænge?

Eksempel 6.1 Hvordan kan vi udfylde resten af en tabel for en lineær sammenhæng?

Spørgsmål: I tabellen er skrevet to af y -værdierne i en lineær sammenhæng $y = ax + b$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y					5	6,5	

Udfyld resten af tabellen.

Svar: Først bruger vi betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a) til at finde a :

Af tabellen ovenfor ses at når x ændres fra 1 til 2, så ændres y fra 5 til 6,5.

Dvs. når x bliver 1 enhed større, vil y blive 1,5 enheder større.

Så må a være 1,5, ifølge betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a).

Så bruger vi betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a) til at finde de andre y -værdier:

Ifølge denne regel skal vi lægge 1,5 til y hver gang vi lægger 1 til x :

	+1	→	
2			3
6,5			
	+1,5	→	

Den udfyldte tabel:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-1	0,5	2	3,5	5	6,5	8

Bemærkning: Af betydningen af b i $y = ax + b$ (5.11b) følger at b er 3,5, så ligningen for sammenhængen er $y = 1,5x + 3,5$.

Øvelse 6.2

I tabellen er skrevet to af y -værdierne i en lineær sammenhæng $y = ax + b$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y				5	9		

- Brug metoden fra 6.1 til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser i tabellen.
- Skriv ligningen for sammenhængen.

Øvelse 6.3

I tabellen er skrevet to af y -værdierne i en lineær sammenhæng $y = ax + b$.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y			7	6,5			

- Brug metoden fra 6.1 til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser i tabellen.
- Skriv ligningen for sammenhængen.

Øvelse 6.4

I tabellen er skrevet to af y -værdierne i en lineær sammenhæng $y = ax + b$.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y			-4	-1			

- Brug metoden fra 6.1 til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser i tabellen.
- Skriv ligningen for sammenhængen.

Øvelse 6.5

I tabellen er skrevet to af y -værdierne i en lineær sammenhæng $y = ax + b$.

x	0	1	2	4	6	9	29
y	10	15					

- Brug metoden fra 6.1 til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser i tabellen, og læg mærke til at afstanden mellem x -værdierne ikke er den samme alle steder.
- Skriv ligningen for sammenhængen.

Øvelse 6.6

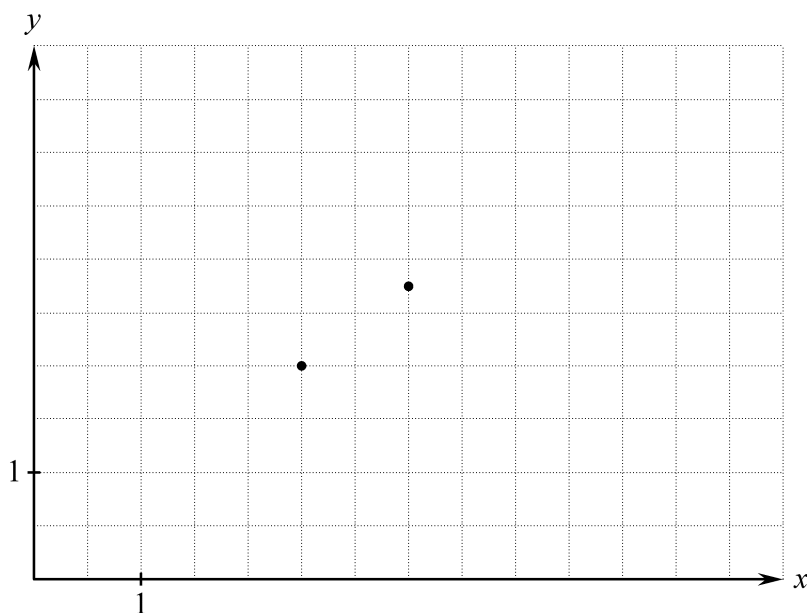
I tabellen er skrevet to af y -værdierne i en lineær sammenhæng $y = ax + b$.

x	-4	-2	0	1	2	12	100
y	10	15					

- Brug metoden fra 6.1 til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser i tabellen.
- Skriv ligningen for sammenhængen.

Eksempel 6.7 Hvordan kan vi tilføje flere grafpunkter?

Spørgsmål: På den øverste figur er vist to punkter på grafen for en lineær sammenhæng $y = ax + b$. Afsæt nogle flere grafpunkter.



Svar: Først bruger vi betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a) til at finde a :

Det venstre af grafpunkterne ovenfor viser at når $x = 2,5$ er $y = 2$.

Det højre af grafpunkterne ovenfor viser at når $x = 3,5$ er $y = 2,75$.

Heraf ser vi at når vi ændrer x fra 2,5 til 3,5, så ændres y fra 2 til 2,75.

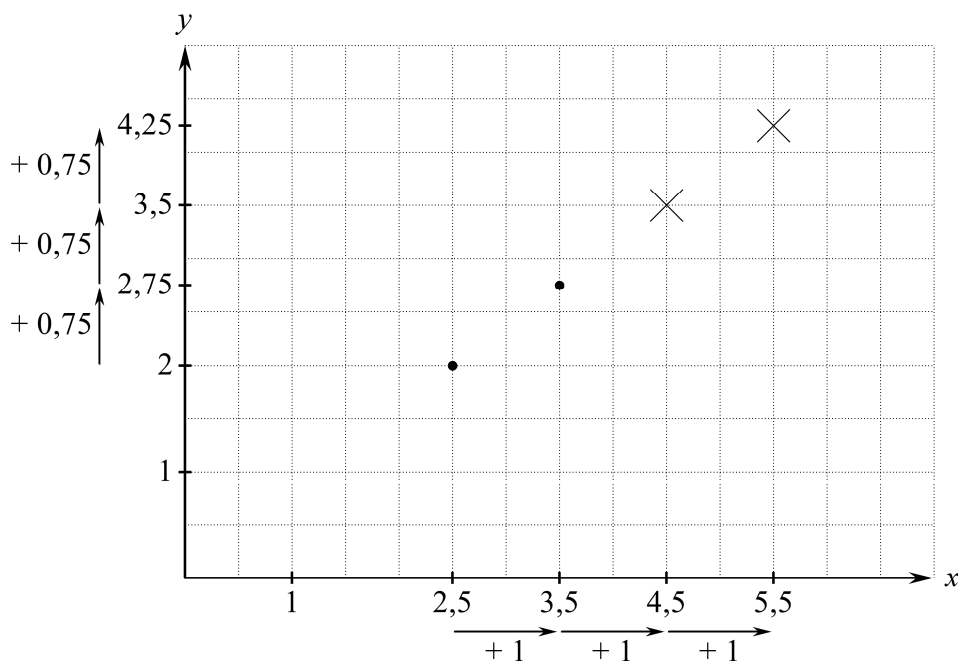
Dvs. når x bliver 1 enhed større, vil y blive 0,75 enheder større.

Så må a være 0,75, ifølge betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a).

Så bruger vi betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a) til at finde flere grafpunkter:

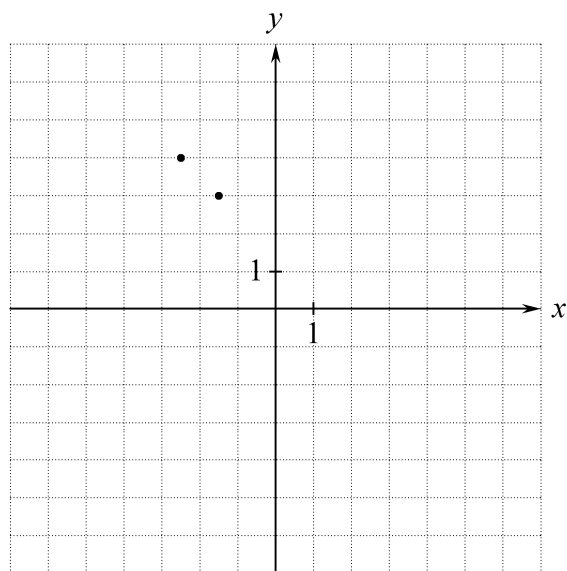
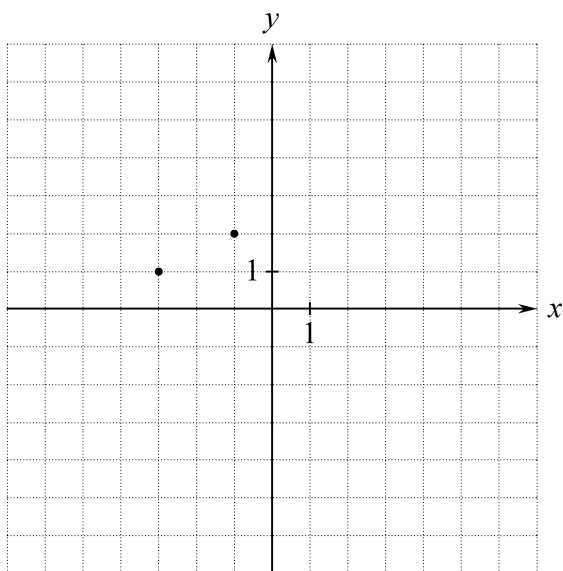
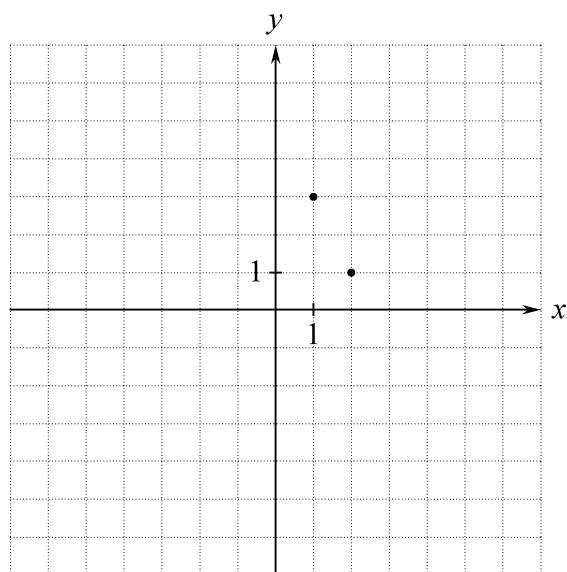
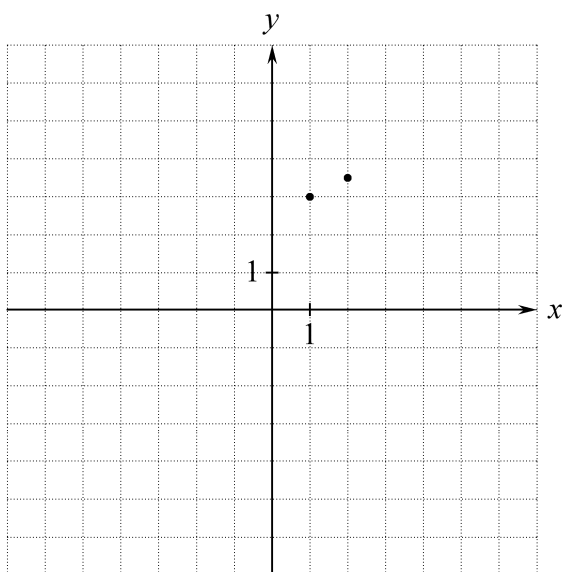
Ifølge denne sætning skal vi lægge 0,75 til y hver gang vi lægger 1 til x .

Nedenfor er vist hvordan vi udnytter dette til at afsætte flere grafpunkter.



Øvelse 6.8

- (a) I hvert koordinatsystem er vist to punkter på grafen for en lineær sammenhæng $y = ax + b$. Brug metoden fra 6.7 til at afsætte nogle flere grafpunkter på hver af de fire grafer.



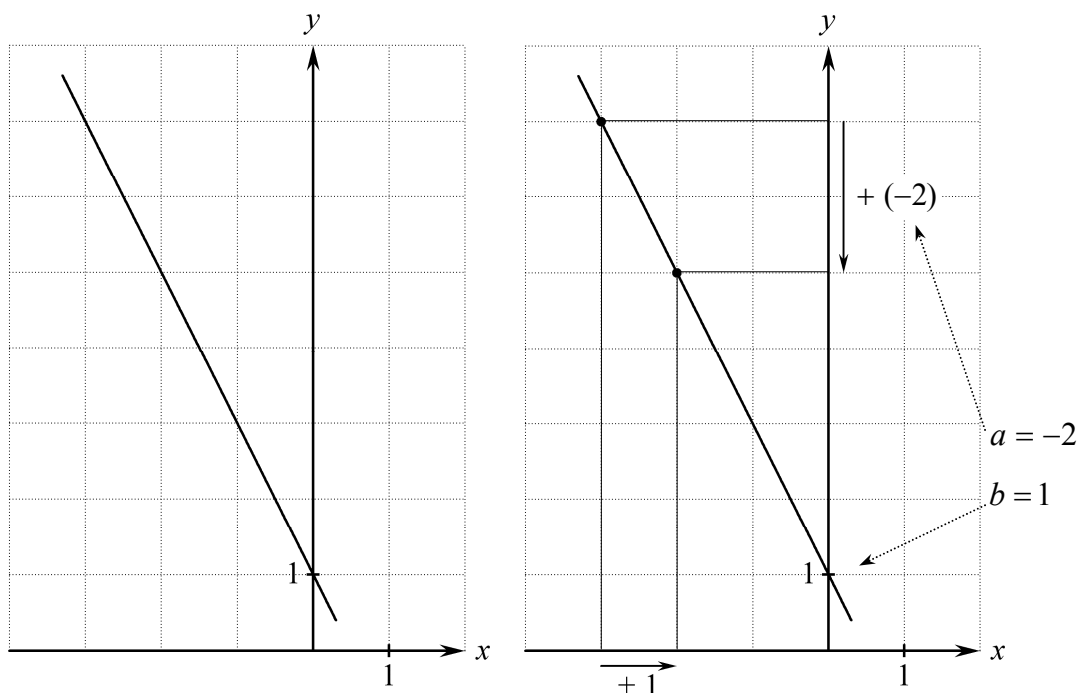
- (b) For hver af de fire sammenhænge skal du angive hvad y er når $x = 0$.
- (c) For hver af de fire sammenhænge skal du skrive en ligning på formen $y = ax + b$ og vise hvor på figuren vi kan se hvad b er for et tal.

Eksempel 6.9

 Hvordan kan vi finde ligningen $y = ax + b$ ud fra grafen?

Spørgsmål: Figuren nedenfor til venstre viser grafen for en lineær sammenhæng $y = ax + b$. Skriv ligningen for denne sammenhæng.

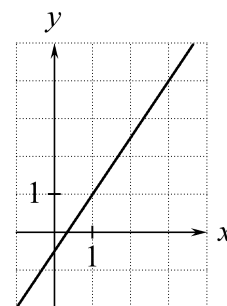
Svar: På figuren til højre er vist at når et punkt trækkes langs grafen så x bliver 1 større, så lægges -2 til y , så af betydningen af a i $y = ax + b$ (5.11a) følger at $a = -2$. På figuren ses også at når $x = 0$, er $y = 1$, så af betydningen af b i $y = ax + b$ (5.11b) følger at $b = 1$. Ligningen for sammenhængen er altså $y = -2x + 1$.



Øvelse 6.10

I koordinatsystemet er tegnet grafen for en lineær sammenhæng $y = ax + b$. Forestil dig et punkt P som kan trækkes frem og tilbage langs grafen.

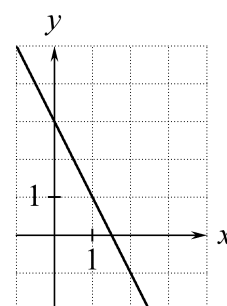
- Anbring P så dets x -koordinat er 2. Hvad er så y -koordinaten for P ?
- Træk derefter P langs grafen så dets x -koordinat bliver 1 enhed større. Hvor meget større blev dets y -koordinat?
- Træk P hen til det grafpunkt som har x -koordinaten 0. Hvad er nu y -koordinaten for P ?
- Hvilket tal står a for? (Brug svaret på (b)).
- Hvilket tal står b for? (Brug svaret på (c)).



Øvelse 6.11

I koordinatsystemet er tegnet grafen for en lineær sammenhæng.

- Når et punkt trækkes langs grafen så dets x -koordinat bliver 1 større, hvad sker der så med dets y -koordinat?
- Hvad er y -koordinaten til det grafpunkt der har x -koordinat 0?
- Brug svarene på de to foregående spørgsmål til at skrive en ligning for den lineære sammenhæng.



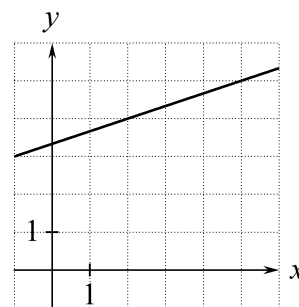
Øvelse 6.12

I koordinatsystemet er tegnet grafen for en lineær sammenhæng

$$y = ax + b.$$

Forestil dig et punkt P som kan trækkes frem og tilbage langs grafen.

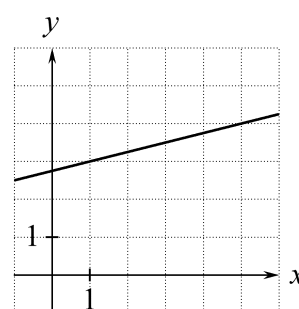
- Anbring P så dets x -koordinat er 2. Træk derefter P langs grafen så dets x -koordinat bliver 3 enheder større. Hvor meget større blev dets y -koordinat?
- Anbring P så dets x -koordinat er 2. Træk derefter P langs grafen så dets x -koordinat bliver 1 enhed større. Hvor meget større blev dets y -koordinat? (Brug svaret på (a)).
- Hvad er y -koordinaten til det grafpunkt der har x -koordinat 0?
- Brug svarene på de to foregående spørgsmål til at opskrive en ligning for den lineære sammenhæng.



Øvelse 6.13

I koordinatsystemet er tegnet grafen for en lineær sammenhæng.

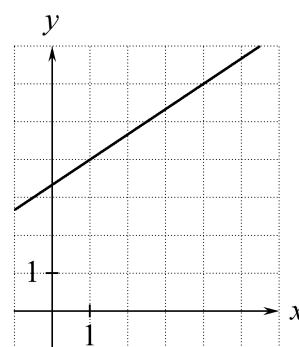
- Når et punkt trækkes langs grafen så dets x -koordinat bliver 4 større, hvad sker der så med dets y -koordinat?
- Når et punkt trækkes langs grafen så dets x -koordinat bliver 1 større, hvad sker der så med dets y -koordinat?
- Hvad er y -koordinaten til det grafpunkt der har x -koordinat 0?
- Brug svarene på de to foregående spørgsmål til at opskrive en ligning for den lineære sammenhæng.



Øvelse 6.14

I koordinatsystemet er tegnet grafen for en lineær sammenhæng.

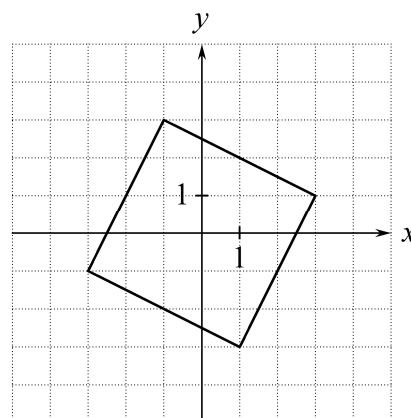
- Når et punkt trækkes langs grafen så dets x -koordinat bliver 3 større, hvad sker der så med dets y -koordinat?
- Når et punkt trækkes langs grafen så dets x -koordinat bliver 1 større, hvad sker der så med dets y -koordinat?
- Hvad er y -koordinaten til det grafpunkt der har x -koordinat 0?
- Brug svarene på de to foregående spørgsmål til at opskrive en ligning for den lineære sammenhæng.



Øvelse 6.15

I koordinatsystemet er tegnet graferne for fire lineære sammenhænge.

Brug metoden fra eksempel 6.9 til at opskrive en ligning for hver af de fire sammenhænge.



Øvelse 6.16

I koordinatsystemet er tegnet grafenerne for fem lineære sammenhænge.

Brug metoden fra eksempel 6.9 til at opskrive en ligning for hver af de fem sammenhænge.

