

Integration uden hjælpemidler for stx-matB og hf-matB (læreplan fra 2010)

I denne oversigt er det underforstået at der integreres mht. x ,
men i en opgave kan der være brugt et andet bogstav end x .

Reglerne gælder når definitionsmængden er et interval, f.eks. $x < 2$ eller $x \in \mathbb{R}$.

Regel 1: Stamfunktion til konstant.

c har stamfunktionen $c \cdot x$.

Eksempler på brug af regel 1:

6 har stamfunktionerne $6x + k$. $-\frac{1}{2}$ har stamfunktionerne $-\frac{1}{2}x + k$.
 1 har stamfunktionerne $x + k$.

Regel 2: Stamfunktion til potensfunktion.

x^a har stamfunktionen $\frac{1}{a+1} \cdot x^{a+1}$.
--

Eksempler på brug af regel 2:

x^3 har stamfunktionerne $\frac{1}{4}x^4 + k$.
 $x^{-1,5}$ har stamfunktionerne $\frac{1}{-0,5}x^{-0,5} + k$ dvs. $-2x^{-0,5} + k$.
 x har stamfunktionerne $\frac{1}{2}x^2 + k$ (da $x = x^1$).

Advarsel: Regel 2 kan ikke bruges på eksponentialfunktioner:

a^x har **IKKE** stamfunktionen $\frac{1}{x+1} \cdot a^{x+1}$, og 4^x har **IKKE** stamfunktionen $\frac{1}{x+1} \cdot 4^{x+1}$.

Regel 3: Stamfunktion til én delt med x .

$\frac{1}{x}$ har stamfunktionerne $\ln(x) + k$ når $x > 0$.
x^{-1} har stamfunktionerne $\ln(x) + k$ når $x > 0$.

Advarsel: $\frac{1}{2-x}$ har **IKKE** stamfunktionen $\ln(2-x)$, $x < 2$.

Regel 4: Stamfunktion til den naturlige eksponentialfunktion.

e^x har stamfunktionerne $e^x + k$.
--

Advarsel: e^{2-x} har **IKKE** stamfunktionen e^{2-x} .

VEND!

Integration uden hjælpemidler for stx-matB og hf-matB. © 2011 Karsten Juul. Disse sider kan downloades fra www.mat1.dk . Siderne må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til kj@mat1.dk som dels oplyser at disse sider benyttes (skriv filnavn), dels oplyser om hold (bl.a. niveau), lærer og skole.
--

Regel 5: Stamfunktion til konstant gange x-udtryk .

Hvis:	$f(x)$	har stamfunktionen	$F(x)$	Behold konstanten og integrer x -udtrykket.
så:	$c \cdot f(x)$	har stamfunktionen	$c \cdot F(x)$.	

Eksempler på brug af regel 5:

$12x^3$	har stamfunktionerne	$12 \cdot \frac{1}{4}x^4 + k$	dvs.	$3x^4 + k$.
$12e^x$	har stamfunktionerne	$12 \cdot e^x + k$	dvs.	$12e^x + k$.
$12x$	har stamfunktionerne	$12 \cdot \frac{1}{2}x^2 + k$	dvs.	$6x^2 + k$.

Regel 6: Stamfunktion til udtryk plus udtryk og til udtryk minus udtryk .

Hvis:	$f(x)$	har stamfunktionen	$F(x)$	og
	$g(x)$	har stamfunktionen	$G(x)$	
så:	$f(x) + g(x)$	har stamfunktionen	$F(x) + G(x)$.	Integrer på begge sider af + og - .
	$f(x) - g(x)$	har stamfunktionen	$F(x) - G(x)$.	

Eksempler på brug af regel 6:

$x^3 + 12x$	har stamfunktionerne	$\frac{1}{4}x^4 + 6x^2 + k$.
$6 - e^x$	har stamfunktionerne	$6x - e^x + k$.
$x + \frac{1}{x}$	har stamfunktionerne	$\frac{1}{2}x^2 + \ln(x) + k$ når $x > 0$.

Regel 7: Advarsel.

Man kan IKKE integrere et udtryk ved at integrere hver del af udtrykket (bortset fra visse specielle tilfælde som f.eks. regel 6).

$5 \cdot e^x$	har IKKE stamfunktionen	$5x \cdot e^x$.
$\frac{5}{2x}$	har IKKE stamfunktionen	$\frac{5x}{x^2}$.

Regel 8: Det ubestemte integral til en funktion er lig alle funktionens stamfunktioner.

Hvis:	$f(x)$	har stamfunktionen	$F(x)$
så:	$\int f(x) dx = F(x) + k$.		

Eksempel på brug af regel 8:

$$\int (24x^3 - 2x + 1) dx = 6x^4 - x^2 + x + k$$

Regel 9: Bestemt integral (dvs. integral med grænser) .

Hvis:	$f(x)$	har stamfunktionen	$F(x)$
så:	$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$.		

Eksempel på brug af regel 9:

$$\int_1^2 (x^3 + 12x) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + 6x^2 \right]_1^2 = \left(\frac{1}{4} \cdot 2^4 + 6 \cdot 2^2 \right) - \left(\frac{1}{4} \cdot 1^4 + 6 \cdot 1^2 \right) = \frac{87}{4} .$$

↑
Stamfunktionen finder vi ved hjælp af reglerne ovenfor.