

Grundlæggende

# Bogstavregning

for stx og hf



2013 Karsten Juul

1. Ligevægt bevares når vi trækker 2 fra begge sider.....	1
2. Ligevægt bevares IKKE når vi trækker 2 fra venstre side .....	1
3. Ligevægt bevares når vi dividerer begge sider med 2.....	1
4. Det skal være hele siden der divideres.....	1
5. Regler om ligevægt .....	2
6. Simple eksempler med 5a og 5b .....	2
7. Nogle regler om brøker .....	3
8. Simple eksempler med 5c og 5d .....	3
9. Hæve minus-parentes og plus-parentes.....	4
10. Gange ind i parentes.....	4
11. Samle led af samme type.....	4
12. Eksempel på teoretisk opgave i prøve .....	5
13. Eksempel på teoretisk opgave i prøve .....	5

### 1. Ligevægt bevares når vi trækker 2 fra begge sider

En grøn klods vejer  $x$  kg . En gul klods vejer 1 kg .

Vægten viser at  $x + 2 = 5$



Trækker 2 fra begge sider  $x + 2 - 2 = 5 - 2$

Vægten viser at  $x = 3$



### 2. Ligevægt bevares IKKE når vi trækker 2 fra venstre side

En grøn klods vejer  $x$  kg . En gul klods vejer 1 kg .

Vægten viser at  $x + 2 = 5$



Trækker 2 fra venstre side  $x + 2 - 2 = 5$

Vægten viser at der IKKE gælder  $x = 5$



### 3. Ligevægt bevares når vi dividerer begge sider med 2

En grøn klods vejer  $x$  kg . En gul klods vejer 1 kg .

Vægten viser at  $2x = 6$



Dividerer begge sider med 2  $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

Vægten viser at  $x = 3$



### 4. Det skal være hele siden der divideres

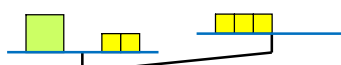
En grøn klods vejer  $x$  kg . En gul klods vejer 1 kg .

Vægten viser at  $2x + 2 = 6$



Ikke hele venstre side divideres  $\frac{2x}{2} + 2 = \frac{6}{2}$

Vægten viser at der IKKE gælder  $x + 2 = 3$



#### Korrekte omskrivninger:

$$2x + 2 = 6$$

Trækker 2 fra begge sider  $2x = 4$

Dividerer begge sider med 2  $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$

$$x = 2$$

## 5. Regler om ligevægt

- 5a.** Vi må **lægge** samme tal **til** begge sider af lighedstegnet.
- 5b.** Vi må **trække** samme tal **fra** begge sider af lighedstegnet.
- 5c.** Vi må **gange** begge sider af lighedstegnet med samme tal hvis dette tal **ikke** er **nul**.
- 5d.** Vi må **dividere** begge sider af lighedstegnet med samme tal hvis dette tal **ikke** er **nul**.

Reglerne ovenfor er skrevet meget kort. I de følgende rammer forklarer vi grundigt hvad reglerne om ligevægt går ud på.

**Vi kan træne reglerne om ligevægt ved at bruge dem til at løse ligninger.  
Så nytter det ikke at du løser ligningerne ved hjælp af andre regler, da  
det er reglerne om ligevægt der er formålet med øvelserne.  
Reglerne om ligevægt er en vigtig del af pensum.**

## 6. Simple eksempler med 5a og 5b

I denne ramme går det ud på at få  $x$  til at stå alene ved at bruge regler om ligevægt.

**6a.**  $x + 8 = 12$  Der er lagt 8 til  $x$ . Det **modsatte** er at trække 8 fra.  
 $x + 8 - 8 = 12 - 8$  Derfor trækker vi 8 fra begge sider.  
 $x = 4$

**6b.**  $x + 5 = -14$  Der er lagt 5 til  $x$ . Det **modsatte** er at trække 5 fra.  
 $x + 5 - 5 = -14 - 5$  Derfor trækker vi 5 fra begge sider.  
 $x = -19$

**6c.**  $x - 6 = 9$  Der er trukket 6 fra  $x$ . Det **modsatte** er at lægge 6 til.  
 $x - 6 + 6 = 9 + 6$  Derfor lægger vi 6 til begge sider.  
 $x = 15$

**6d.**  $4 - x = 3$  Der er lagt 4 til  $-x$  (minus står ikke foran 4). Det **modsatte** er at trække 4 fra.  
 $4 - x - 4 = 3 - 4$  Derfor trækker vi 4 fra begge sider.  
 $-x = -1$  I **8f** står hvordan vi fjerner minus så  $x$  står alene.

**6e.**  $-7 + x = 2$  Der er trukket 7 fra  $x$ . Det **modsatte** er at lægge 7 til.  
 $-7 + x + 7 = 2 + 7$  Derfor lægger vi 7 til begge sider.  
 $x = 9$

**6f.**  $24 = -3 - x$  Der er trukket 3 fra  $-x$ . Det **modsatte** er at lægge 3 til.  
 $24 + 3 = -3 - x + 3$  Derfor lægger vi 3 til begge sider.  
 $27 = -x$  I **8f** står hvordan vi fjerner minus så  $x$  står alene.

## 7. Nogle regler om brøker

- 7a.  $\frac{4x}{4}$  kan omskrives til  $x$  fordi der står **gange** mellem 4 og  $x$ .
- 7b.  $\frac{x \cdot (-5)}{-5}$  kan omskrives til  $x$  fordi der står **gange**.
- 7c.  $\frac{x-5}{-5}$  og  $\frac{3+x}{3}$  kan **ikke** omskrives til  $x$  fordi der **ikke** står **gange**.
- 
- 7d.  $4 \cdot \frac{x}{4}$  kan omskrives til  $x$  fordi der står **gange**.
- 7e.  $\frac{x}{-5} \cdot (-5)$  kan omskrives til  $x$  fordi der står **gange**.
- 7f.  $4 + \frac{x}{4}$  og  $\frac{x}{-5} - 5$  kan **ikke** omskrives til  $x$  fordi der **ikke** står **gange**.

## 8. Simple eksempler med 5c og 5d

I denne ramme går det ud på at få  $x$  til at stå alene ved at bruge regler om ligevægt.

- 8a.  $3x = 12$   $x$  er ganget med 3. Det **modsatte** er at dividere med 3.  
 $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$  Derfor dividerer vi begge sider med 3.  
 $x = 4$  På venstre side kan 3 forkortes væk fordi der står gange mellem 3 og  $x$ .
- 
- 8b.  $-2 = x \cdot 5$   $x$  er ganget med 5. Det **modsatte** er at dividere med 5.  
 $\frac{-2}{5} = \frac{x \cdot 5}{5}$  Derfor dividerer vi begge sider med 5.  
 $-0,4 = x$  På højre side kan 5 forkortes væk fordi der står gange mellem  $x$  og 5.
- 
- 8c.  $-8x = 1$   $x$  er ganget med  $-8$ . Det **modsatte** er at dividere med  $-8$ .  
 $\frac{-8x}{-8} = \frac{1}{-8}$  Derfor dividerer vi begge sider med  $-8$ .  
 $x = -0,125$  På venstre side kan  $-8$  forkortes væk fordi der står gange mellem  $-8$  og  $x$ .
- 
- 8d.  $\frac{x}{2} = -12$   $x$  er divideret med 2. Det **modsatte** er at gange med 2.  
 $\frac{x}{2} \cdot 2 = -12 \cdot 2$  Derfor ganger vi begge sider med 2.  
 $x = -24$  På venstre side kan 2 forkortes væk fordi der står gange mellem brøken og 2.
- 
- 8e.  $6 = -\frac{1}{3}x$   
 $6 = \frac{x}{-3}$   $x$  er divideret med  $-3$ . Det **modsatte** er at gange med  $-3$ .  
 $6 \cdot (-3) = \frac{x}{-3} \cdot (-3)$  Derfor ganger vi begge sider med  $-3$ .  
 $-18 = x$  På højre side kan  $-3$  forkortes væk fordi der står gange mellem brøken og  $-3$ .
- 
- 8f.  $-x = 9$   
 $-x \cdot (-1) = 9 \cdot (-1)$  Vi ganger begge sider med  $-1$ .  
 $x = -9$  Fordi minus gange minus er plus.

## 9. Hæve minus-parentes og plus-parentes

**9a.**  $18 - (3x - 12)$   
 $= 18 - (+3x - 12)$  Der er et underforstået + foran  $3x$ .  
 $= 18 - 3x + 12$  Når vi fjerner **parentes og minus**, skal vi ændre **fortegn** for hvert led i parentesens.

**9b.**  $18 - (3x - 12) + 2x$   
 $= 18 - (+3x - 12) + 2x$   
 $= 18 - 3x + 12 + 2x$

**9c.**  $5x - (-7 + 2x)$   
 $= 5x - (-7 + 2x)$   
 $= 5x + 7 - 2x$  Når vi fjerner **parentes og minus**, skal vi ændre **fortegn** for hvert led i parentesens.

**9d.**  $18 + (3x - 12)$   
 $= 18 + (+3x - 12)$  Der er et underforstået + foran  $3x$ .  
 $= 18 + 3x - 12$  Når vi fjerner **parentes og plus**, skal vi **IKKE** ændre **fortegn**.

## 10. Gange ind i parentes

**10a.**  $4(2 - 3x)$  Der står gange mellem 4 og parentesens.  
 $= 4 \cdot 2 - 4 \cdot 3x$  Vi skal gange hvert led med 4.  
 $= 8 - 12x$

**10b.**  $4(2 - 3x) - 6$   
 $= 4 \cdot 2 - 4 \cdot 3x - 6$   
 $= 8 - 12x - 6$   
 $= 2 - 12x$

**10c.**  $(x + 5) \cdot 3$   
 $= 3 \cdot x + 3 \cdot 5$  Vi skal gange hvert led med 3.  
 $= 3x + 15$

**10d.**  $4(10 \cdot x)$  Der står hverken + eller - mellem 10 og  $x$ , så der er kun ét led i parentesens.  
 $= 4 \cdot 10 \cdot x$  Vi skal **IKKE** gange på begge sider af gangetegnet i parentesens.  
 $= 40x$

**10e.**  $x - 2(3x - 4)$  Her skal vi både gange ind i parentes og hæve parentes.  
 $= x - (6x - 12)$  Først ganger vi 2 ind i parentesens og beholder parentesens.  
 $= x - 6x + 12$  Derefter hæver vi parentesens.  
 $= -5x + 12$

## 11. Samle led af samme type

**11a.**  $-9x + 5 + 7x$   $-9x$  og  $7x$  er samme type.  
 $= -2x + 5$  Når vi fra syv  $x$ 'er trækker ni  $x$ 'er, får vi minus to  $x$ 'er.

**11b.**  $15 - 4 + 8x - 1 + x$   $15$  og  $-4$  og  $-1$  er samme type.  $8x$  og  $x$  er samme type.  
 $= 10 + 9x$  Fra 15 trækker vi 4 og 1 og får 10. Otte  $x$ 'er plus ét  $x$  er ni  $x$ 'er.

## 12. Eksempel på teoretisk opgave i prøve

### Opgave

Ved mellemregninger (og/eller tekst) skal du gøre detaljeret rede for hvordan vi ved at bruge regler for ligevægt kan

omskrive  $6x = -2 + 10x$  til  $x = 0,5$ .

### Svar

$$6x = -2 + 10x$$

$$6x - 10x = -2 + 10x - 10x$$

$$-4x = -2$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-2}{-4}$$

$$x = 0,5$$

$$\frac{-2}{-4} = 0.5 \quad \text{udregnet på Nspire}$$

## 13. Eksempel på teoretisk opgave i prøve

### Opgave

Ved fyldige mellemregninger (og/eller tekst) skal du gøre detaljeret rede for hvordan vi ved at bruge regler for ligevægt og regler for parenteser kan

løse  $5(2x - 1) = 9$  mht.  $x$ .

### Svar

$$5(2x - 1) = 9$$

$$5 \cdot 2x - 5 \cdot 1 = 9$$

$$10x - 5 = 9$$

$$10x - 5 + 5 = 9 + 5$$

$$10x = 14$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{14}{10}$$

$$x = 1,4$$

For at kontrollere for regnefejl får vi Nspire til at løse ligningen  $5(2x - 1) = 9$  og får  $x = 1,4$ .

$$\text{solve}(5 \cdot (2 \cdot x - 1) = 9, x) \rightarrow x = 1.4$$