Differentiation uden hjælpemidler

på stx-matB

I denne oversigt er det underforstået at der differentieres mht. x, men i en opgave kan der være brugt et andet bogstav end x.

Regel 1 Differentialkvotient af konstant.

$k' = 0$	k er en konstant.

Eksempler på brug af regel 1:

$4' = 0$

$\left(\ln(2)\right)' = 0$ for $\ln(2)$ er en konstant da $\ln(2)$ ikke indeholder x .

Regel 2 Differentialkvotient af konstant gange x.

$(kx)' = k$	Der er underforstået et gangetegn mellem k og x .

Eksempler på brug af regel 2:

$(4x)' = 4$ og $(-2{,}5x)' = -2{,}5$.

Regel 3 Differentialkvotient af potensfunktion.

$(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$	a er en konstant.

Eksempler på brug af regel 3:

$(x^4)' = 4x^3$

$(x^{-3{,}6})' = -3{,}6x^{-4{,}6}$ for når $a = -3{,}6$ er $a-1 = -4{,}6$.

Advarsel: Regel 3 kan ikke bruges på eksponentialfunktioner.

$(a^x)'$ er **ikke** $x \cdot a^{x-1}$, og $(4^x)'$ er **ikke** $x \cdot 4^{x-1}$.

Advarsel:

$\left((1-x)^3\right)'$ er **ikke** $3(1-x)^2$ og $\left((1-x)^3\right)'$ er **ikke** $3(-1)^2$.

Regel 4 Differentialkvotient af eksponentialfunktion på formen e^{kx} .

$(e^{kx})' = k \cdot e^{kx}$	k er en konstant. Der står "gange" mellem k og x

Eksempler på brug af regel 4:

$(e^{4x})' = 4e^{4x}$ $(e^x)' = e^x$

$(e^{-4x})' = -4e^{-4x}$ $(e^{-x})' = -e^{-x}$

Regel 5 Differentialkvotient af den naturlige logaritmefunktion.

$$\left(\ln(x)\right)' = \frac{1}{x}$$

Advarsel:

$\left(\ln(1+x^2)\right)'$ er **ikke** $\dfrac{1}{1+x^2}$ og $\left(\ln(1+x^2)\right)'$ er **ikke** $\dfrac{1}{2x}$.

Regel 6 Differentialkvotient af konstant gange x-udtryk.

$\left(k \cdot f(x)\right)' = k \cdot f'(x)$ Behold konstanten og differentier x-udtrykket.

Eksempler på brug af regel 6:

$$(7x^4)' = 7 \cdot 4x^3 = 28x^3$$

$$(7\,e^{4x})' = 7 \cdot 4\,e^{4x} = 28\,e^{4x}$$

$$\left(7\ln(x)\right)' = 7 \cdot \frac{1}{x} = \frac{7}{x}$$

Regel 7 Differentialkvotient af udtryk plus udtryk.

$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$ Differentier på hver side af plusset.

Eksempler på brug af regel 7:

$$(\ln(x)+4)' = \frac{1}{x}+0 = \frac{1}{x}$$

$$(7x^4+e^{-x})' = 28x^3+(-e^{-x}) = 28x^3-e^{-x}$$

Regel 8 Differentialkvotient af udtryk minus udtryk.

$\left(f(x)-g(x)\right)' = f'(x)-g'(x)$ Differentier på hver side af minusset.

Eksempler på brug af regel 8:

$$(\ln(x)-4)' = \frac{1}{x}-0 = \frac{1}{x}$$

$$(7x^4-e^{-x})' = 28x^3-(-e^{-x}) = 28x^3+e^{-x}$$

Regel 9 Advarsel.

Man kan ikke differentiere et udtryk ved at differentiere hver del af udtrykket (bortset fra visse specielle tilfælde som f.eks. regel 7 og 8).

$\left(x^2 \cdot e^{2x}\right)'$ er **ikke** $2x \cdot 2\,e^{2x}$ og $\left(\dfrac{x^2}{e^{2x}}\right)'$ er **ikke** $\dfrac{2x}{2\,e^{2x}}$.