

# Differentiation uden hjælpemidler

## for stx-matB og hf-matB (læreplan fra 2010)

I denne oversigt er det underforstået at der differentieres mht.  $x$ , men i en opgave kan der være brugt et andet bogstav end  $x$ .

### **Regel 1** Differentialkvotient af konstant.

$$k' = 0 \quad k \text{ er en konstant.}$$

Eksempler på brug af regel 1:

$$4' = 0$$

$$(\ln(2))' = 0 \quad \text{for } \ln(2) \text{ er en konstant da } \ln(2) \text{ ikke indeholder } x .$$

### **Regel 2** Differentialkvotient af konstant gange $x$ .

$$(kx)' = k \quad \text{Der er underforstået et gangetegn mellem } k \text{ og } x .$$

Eksempler på brug af regel 2:

$$(4x)' = 4 \quad \text{og} \quad (-2,5x)' = -2,5 .$$

### **Regel 3** Differentialkvotient af potensfunktion.

$$(x^a)' = a \cdot x^{a-1} \quad a \text{ er en konstant.}$$

Eksempler på brug af regel 3:

$$(x^4)' = 4x^3$$

$$(x^{-3,6})' = -3,6x^{-4,6} \quad \text{for når } a = -3,6 \text{ er } a-1 = -4,6 .$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -1 \cdot x^{-2} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Advarsel: Regel 3 kan ikke bruges på eksponentialfunktioner.

$$(a^x)' \text{ er IKKE } x \cdot a^{x-1}, \quad \text{og} \quad (4^x)' \text{ er IKKE } x \cdot 4^{x-1} .$$

Advarsel:

$$((1-x)^3)' \text{ er IKKE } 3(1-x)^2 \quad \text{og} \quad ((1-x)^3)' \text{ er IKKE } 3(-1)^2 .$$

### **Regel 4** Differentialkvotient af den naturlige eksponentialfunktion.

$$(e^x)' = e^x$$

Advarsel:

$$(e^{1+x^2})' \text{ er IKKE } e^{1+x^2} \quad \text{og} \quad (e^{1+x^2})' \text{ er IKKE } e^{2x} .$$

**VEND!**

**Regel 5** Differentialkvotient af den naturlige logaritmefunktion.

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$$

Advarsel:

$$(\ln(1+x^2))' \text{ er IKKE } \frac{1}{1+x^2} \quad \text{og} \quad (\ln(1+x^2))' \text{ er IKKE } \frac{1}{2x} .$$

**Regel 6** Differentialkvotient af konstant gange x-udtryk.

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x) \quad \text{Behold konstanten og differentier } x\text{-udtrykket.}$$

Eksempler på brug af regel 6:

$$(7x^4)' = 7 \cdot 4x^3 = 28x^3$$

$$(7\ln(x))' = 7 \cdot \frac{1}{x} = \frac{7}{x}$$

**Regel 7** Differentialkvotient af udtryk plus udtryk.

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \quad \text{Differentier på hver side af plusset.}$$

Eksempler på brug af regel 7:

$$(\ln(x) + 4)' = \frac{1}{x} + 0 = \frac{1}{x}$$

$$(7x^4 + e^x)' = 28x^3 + e^x$$

**Regel 8** Differentialkvotient af udtryk minus udtryk.

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x) \quad \text{Differentier på hver side af minusset.}$$

Eksempler på brug af regel 8:

$$(\ln(x) - 4)' = \frac{1}{x} - 0 = \frac{1}{x}$$

$$(7x^4 - e^x)' = 28x^3 - e^x$$

**Regel 9** Advarsel.

Man kan ikke differentiere et udtryk ved at differentiere hver del af udtrykket (bortset fra visse specielle tilfælde som f.eks. regel 7 og 8).

$$(x^2 \cdot e^x)' \text{ er IKKE } 2x \cdot e^x \quad \text{og} \quad \left(\frac{x^2}{e^x}\right)' \text{ er IKKE } \frac{2x}{e^x} .$$

Differentiation uden hjælpemidler for stx-matB og hf-matB. © 2011 Karsten Juul . Disse sider kan downloades fra [www.mat1.dk](http://www.mat1.dk) . Siderne må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til [kj@mat1.dk](mailto:kj@mat1.dk) som dels oplyser at disse sider benyttes (skriv filnavn), dels oplyser om hold (bl.a. niveau), lærer og skole.