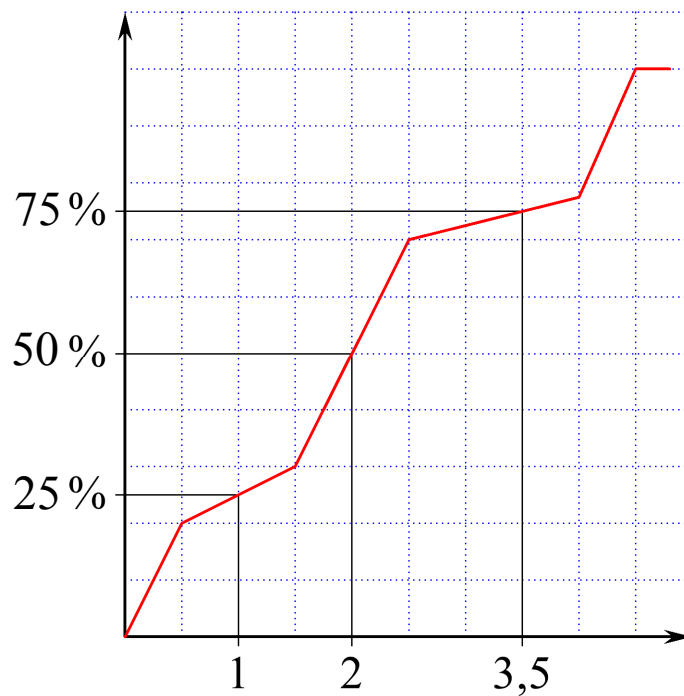


Deskriptiv Statistik

for
C-niveau i stx



2017 Karsten Juul

Indholdsfortegnelse

Indledning

1	Hvad er deskriptiv statistik?	1
2	Hvad er grupperede og ugrupperede data?	1

Ugrupperede data

3	Hvordan udregner vi middeltal (middelværdi) for ugrupperede data?	1
4	Hvordan finder vi medianen for ugrupperede data?	1
5	Hvordan finder vi kvartilsættet for ugrupperede data?	2
6	Hvordan tegner vi et boksplo?	2
7	Hvordan sammenligner vi boksplo?	3

Grupperede data

8	Hvordan tegner vi et histogram?	4
9	Et grupperet datasæt er en model af virkeligheden der er meget forenklet.	4
10	Hvordan tegner vi en sumkurve?	5
11	Hvordan aflæser vi på en sumkurve?	6
12	Hvordan finder vi medianen for grupperede data?	7
13	Hvordan finder vi kvartilsættet for grupperede data?	7
14	Sumkurve og lineær sammenhæng	8

Nspire-besvarelser

15	Nspire: Bestem middeltal og kvartilsæt for ugrupperede data	9
16	Nspire: Tegn boksplo?	9
17	Nspire: Tegn boksplo? ud fra kvartilsæt	10
18	Nspire: Tegn flere boksplo? sammen	10
19	Nspire: Tegn histogram	11
20	Nspire: Tegn sumkurve ud fra antal	12
21	Nspire: Tegn sumkurve ud fra procenter	13
22	Nspire: Aflæs sumkurve	13

Stikordsregister

B		kvartilsæt for grupperede data	7, 14
boksplo?	2, 9	kvartilsæt for ugrupperede data	2, 9
boksplo? ud fra kvartilsæt	10	M	
boksplo?, flere sammen	10	median for grupperede data	7, 14
boksplo?, sammenlign	3	median for ugrupperede data	1, 2, 14
boksplo?, tegne	2, 9	middeltal for ugrupperede data	1, 9
D		middelværdi for ugrupperede data	1, 9
data	1	N	
deskriptiv statistik	1	nedre kvartil for grupperede data	7, 14
F		nedre kvartil for ugrupperede data	2, 9
frekvens	5	S	
G		sumkurve og lineær sammenhæng	8
grupperede data	1, 4	sumkurve ud fra antal	5, 12
H		sumkurve ud fra procent	5, 13
histogram	4, 8, 11	sumkurve, aflæs	6, 7, 13
I		U	
intervals frekvens	5	ugrupperede data	1
K		Ø	
kumuleret frekvens	5	øvre kvartil for grupperede data	7, 14
kumuleret hyppighed	5	øvre kvartil for ugrupperede data	2, 9

Indledning

1 Hvad er deskriptiv statistik?

Deskriptiv statistik er metoder til at få overblik over tal vi har indsamlet. De tal vi har indsamlet, kalder vi data.

2 Hvad er grupperede og ugrupperede data?

Hvis der er mange forskellige data, så grupperer vi dem i intervaller. (Hvis vi kaster en terning 1000 gange, er der mange data, men kun 6 forskellige, så disse skal ikke grupperes).

2a Eksempel på ugrupperede data.

Vi har talt antallet af bær i 15 pakker.

Antal bær i en pakke: 24 24 22 24 23 22 24 23 26 26 23 28 27 22 24

2b Eksempel på grupperede data.

Vi har vejet 200 frugter:

Mellem 100 og 110 gram: 16 frugter

Mellem 110 og 120 gram: 68 frugter

Mellem 120 og 130 gram: 90 frugter

Mellem 130 og 140 gram: 26 frugter

Ugrupperede data

3 Hvordan udregner vi middeltal (middelværdi) for ugrupperede data? (Nspire: afsnit 15 på side 9)

Middeltallet for nogle tal er det vi plejer at kalde gennemsnittet.

Vi kan udregne middeltallet (middelværdien) ved at lægge tallene sammen og dividere resultatet med antallet af tal.

I 7 prøver opnåede en elev følgende pointtal: 6 9 8 8 9 7 9

Sådan udregner vi middeltallet:

$$\frac{6+9+8+8+9+7+9}{7} = 7,85714$$

Middeltallet for elevens pointtal er 7,9

4 Hvordan finder vi medianen for ugrupperede data? (Nspire: afsnit 15 på side 9)

For grupperede data skal vi gøre noget helt andet. Se afsnit 12 på side 7.

En klasse har haft en prøve. De 17 elever fik følgende point:

52 69 70 20 47 71 48 27 27 62 15 48 23 52 49 39 36

Vi ordner disse tal efter størrelse så tallet til venstre er mindst:

$\overbrace{15\ 20\ 23\ 27\ 27\ 36\ 39\ 47}^{48}$ $\overbrace{48\ 48\ 49\ 52\ 52\ 62\ 69\ 70\ 71}$

Vi ser at det midterste af tallene er 48. Man siger at tallenes median er 48.

Antag at der i stedet havde været et lige antal tal:

$\overbrace{3\ 3\ 4\ 5}^{6}$ $\overbrace{6\ 6\ 8\ 9}$

Da der er et lige antal tal, er der ikke et tal der står i midten. I stedet udregner vi gennemsnittet af de to midterste tal:

$$\frac{5+6}{2} = 5,5$$

Man siger at tallenes median er 5,5.

5 Hvordan finder vi kvartilsættet for ugrupperede data? (Nspire: afsnit 15 på side 9)

(For grupperede data skal vi gøre noget helt andet. Se afsnit 12-13 på side 7).

5a Hvis der er et midterste tal:

15 20 23 27 27 36 39 47 48 48 49 52 52 62 69 70 71

Medianen for tallene til venstre for det midterste tal kalder vi nedre kvartil.
Dvs. nedre kvartil er 27.

Medianen for tallene til højre for det midterste tal kalder vi øvre kvartil.
Dvs. øvre kvartil er 57.

Når vi taler om kvartilsættet for nogle tal, så mener vi de tre tal
nedre kvartil, median og øvre kvartil,
dvs. kvartilsættet for tallene ovenfor er de tre tal 27, 48, 57.

5b Hvis der ikke er et midterste tal:

3 3 4 5 6 6 8 9

Medianen for den venstre halvdel af tallene kalder vi nedre kvartil.
Dvs. nedre kvartil er 3,5.

Medianen for højre halvdel af tallene kalder vi øvre kvartil.
Dvs. øvre kvartil er 7.

Kvartilsættet er de tre tal 3,5, 5,5, 7,0.

6 Hvordan tegner vi et boksplot? (Nspire: afsnit 16-18 side 9-10)

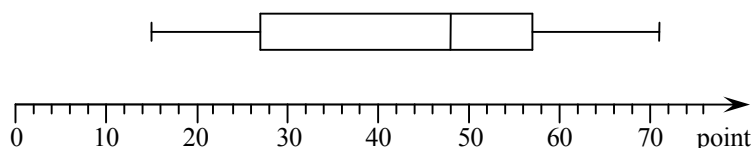
Ved at undersøge datasættet

15 20 23 27 27 36 39 47 48 48 49 52 52 62 69 70 71

kan vi se at

mindste tal	=	15
nedre kvartil	=	27
median	=	48
øvre kvartil	=	57
største tal	=	71

Disse oplysninger har vi vist på figuren. Sådan en figur kaldes et boksplot.



De to små lodrette streger i enderne viser at mindste og største tal er 15 og 71.

De to lodrette streger i hver ende af rektanglet viser at nedre og øvre kvartil er 27 og 57.

Den lodrette streg i midten af rektanglet viser at medianen er 48.

Rektanglet anskueliggør at den midterste halvdel af tallene ligger i intervallet fra 27 til 57.

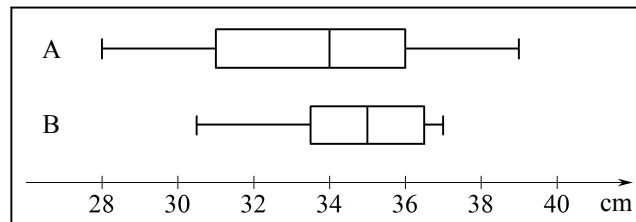
Den vandrette streg til venstre anskueliggør at den fjerdedel af tallene der er mindst, ligger i intervallet fra 15 til 27.

Den vandrette streg til højre anskueliggør at den fjerdedel af tallene der er størst, ligger i intervallet fra 57 til 71.

7 Hvordan sammenligner vi boksplot?

7a Opgave

Diagrammet viser højdefordelingen for en plante på to marker A og B. Sammenlign højderne på A og B.



Svar

Sammenlign størrelser

Alle dele af diagrammet bortset fra højre endepunkt ligger længere mod højre på B, så højderne er altså overvejende større på B selv om den største højde er på A.

←..... begrundelse

←..... resultat

Sammenlign spredning

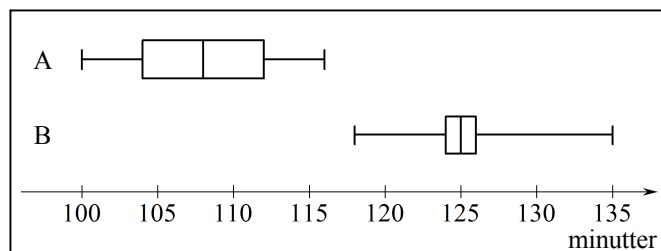
Både hele diagrammet og kassen er bredere på A's diagram end på B's, så højderne fra A er mere spredt end højderne fra B.

←..... begrundelse

←..... resultat

7b Opgave

Diagrammet viser fordelingen af tider for to løbere A og B. Sammenlign tiderne for A og B.



Svar

Sammenlign størrelser

Venstre endepunkt for B-diagrammet ligger til højre for højre endepunkt for A-diagrammet, så B's mindste tid er større end A's største tid.

←..... begrundelse

←..... resultat

Sammenlign spredning

A-kassen er meget længere end B-kassen, så midterste halvdel af tiderne er meget mere spredt for A end for B. Hele diagrammet har ca. samme længde for A og B, så forskellen på største og mindste tid er ca. den samme for A og B.

←..... begrundelse

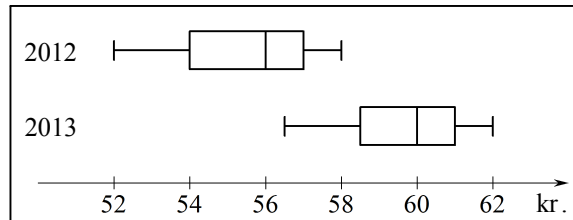
←..... resultat

←..... begrundelse

←..... resultat

7c Opgave

Diagrammet viser hvordan priserne på en vare er fordelt i 2012 og i 2013.



(a) Sammenlign priserne i 2012 og 2013.

(b) I 2012 betalte en person 53,50 kr. for varen.

Hvordan ligger denne pris i forhold til alle 2012-priserne for varen?

(c) En person betalte et beløb i den laveste halvdel af den højeste halvdel af 2012-priserne.

Hvad fortæller dette om størrelsen af beløbet.

Svar på (a)

Sammenlign størrelser

Hele 2013-diagrammet ligger til højre for venstre halvdel af 2012-diagrammet, så alle 2013-priserne er over laveste halvdel af 2012-priserne.

←..... begrundelse

←..... resultat

Hele 2012-diagrammet ligger til venstre for kassen i 2013-diagrammet, så alle 2012-priserne er lavere end de 75 % højeste 2013-priser.

←..... begrundelse

←..... resultat

Sammenlign spredning

Hverken for kassen eller hele diagrammet er længden ændret væsentligt fra 2012 til 2013,

←..... begrundelse

så der er ikke meget forskel på hvor spredt priserne er i 2012 og 2013.

←..... resultat

Svar på (b)

53,50 ligger på diagrammets venstre linjestykke,

←..... begrundelse

dvs. 53,50 kr. er i den nederste fjerdedel af 2012-priserne.

←..... resultat

Svar på (c)

Når et beløb er i den laveste halvdel af den højeste halvdel, er det i højre del af kassen, dvs. mellem 56,00 kr. og 57,00 kr.

←..... begrundelse
←..... resultat

Grupperede data

8 Hvordan tegner vi et histogram? (Nspire: afsnit 19 side 11)

Tabellen viser fordelingen af nogle frugters vægt.

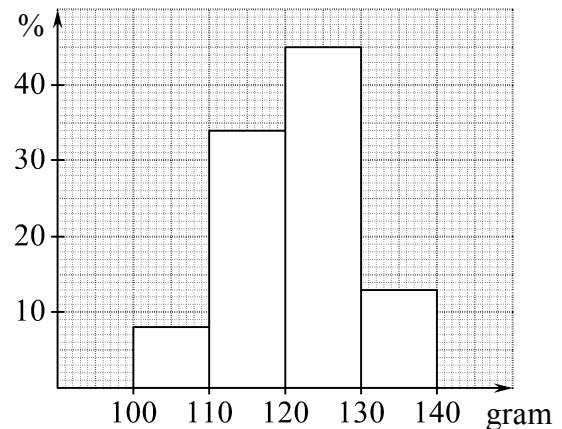
Vægt i gram	100-110	110-120	120-130	130-140
Procent	8	34	45	13

Histogrammet til højre viser oplysningerne i tabellen.

Rektanglet over intervallet 100-110 har højden 8 %.

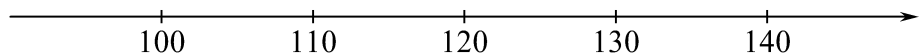
Dette viser at 8 % af frugterne vejer mellem 100 og 110 gram.

Bemærk: Denne måde at tegne et histogram på kan kun bruges fordi intervallerne 100-110, 110-120 osv. er lige lange. Du skal kun kende denne måde.

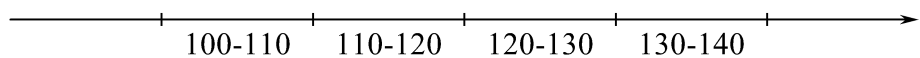


Advarsel: Den vandrette akse skal tegnes som en sædvanlig tallinje.

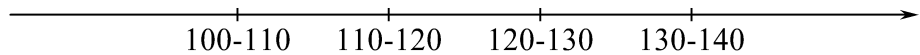
RIGTIGT:



FORKERT:



FORKERT:



9 Et grupperet datasæt er en model af virkeligheden der er meget forenklet.

Ovenfor har vi set på følgende grupperede datasæt:

Vægt i gram	100-110	110-120	120-130	130-140
Procent	8	34	45	13

Da dette datasæt er grupperet, skal vi regne som om

de 8 % i første interval er helt jævnt fordelt i dette interval

de 34 % er helt jævnt fordelt i andet interval

osv.

Dette betyder bl.a. et vi f.eks. skal regne som om

0 % af dataene er præcis lig 110.

Dette er ikke i modstrid med virkeligheden, for når vi siger at noget vejer 110 g, mener vi ca. 110 g. Hvis vi hermed mener "mellem 109 g og 111 g", så er der ifølge tabellen 4,2 % der vejer ca. 110 g. Til eksamen plejer man ikke at spørge om sådan noget.

Der gælder altså:

Den procentdel af dataene der er 110 eller mindre, er lig den procentdel der er mindre end 110.

Det giver ingen mening at spørge om 110 er talt med i intervallet 100-110 eller i intervallet 110-120. Dette spørgsmål giver mening i en opgave hvor du selv skal gruppere nogle data.

10 Hvordan tegner vi en sumkurve? (Nspire: afsnit 20-21 side 12-13)

10a Kumuleret frekvens og sumkurve

Den **kumulerede frekvens** af et tal t er den procentdel af dataene der er af størrelse t eller derunder. **Sumkurven** er grafen for den kumulerede frekvens.

10b Hvis der er oplyst procent for hvert interval.

Vægt i gram	100-110	110-120	120-130	130-140
Frekvens	8 %	34 %	45 %	13 %

Et intervals frekvens, er den procentdel af dataene som intervallet indeholder. Ordet "kumuleret" betyder ophobet.

For at tegne en sumkurve, udregner vi kumulerede frekvenser. Vi har skrevet dem i tabellen, og vi har udregnet dem sådan:
 $8\% + 34\% = 42\%$, $42\% + 45\% = 87\%$, osv.

Vægt i gram	100	110	120	130	140
Kumuleret frekvens	0 %	8 %	42 %	87 %	100 %

For at tegne sumkurven gør vi sådan:

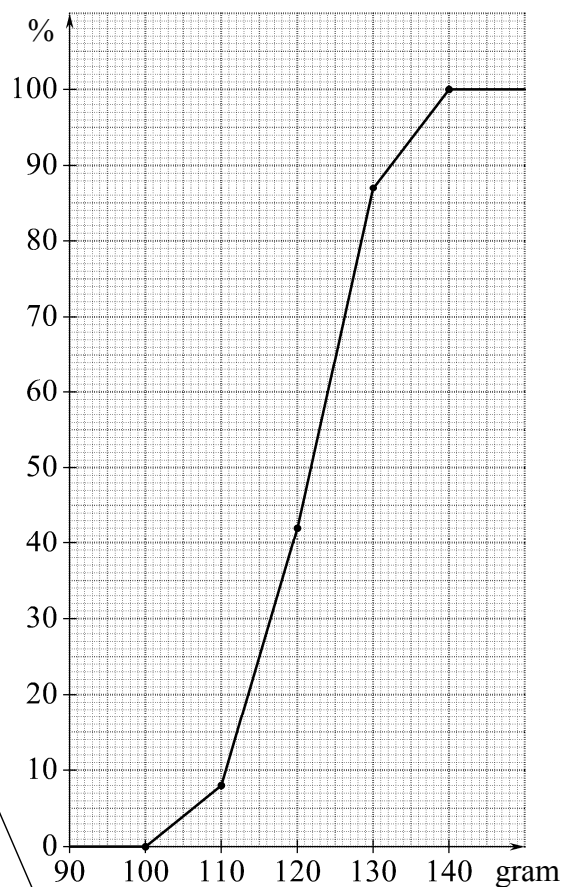
0 % er mindre end 100, så ved $x = 100$ afsætter vi et punkt ud for 0 % på y -aksen.

8 % er mindre end 110, så ved $x = 110$ afsætter vi et punkt ud for 8 % på y -aksen.

42 % er mindre end 120, så ved $x = 120$ afsætter vi et punkt ud for 42 % på y -aksen.

Osv.

Da dataene er jævnt fordelt i hvert interval, skal vi forbinde punkterne med rette linjestykker. (Se evt. begrundelse for dette i afsnit 14 på side 8).



10c Hvis der er oplyst antal for hvert interval.

I tabellen står **antal** i stedet for **procent**. Så må vi omregne til procent for at kunne tegne sumkurven.

Længde (m)	0,5-2	2-3	3-4	4-5	5-8
Antal rør	34	58	91	72	27

Nedenfor lægger vi sammen før vi omregner til procent. Det er for at undgå mellemfacitter med mange cifre.

Antal data er $34 + 58 + 91 + 72 + 27 = 282$.

Kumuleret hyppighed udregner vi sådan:

$34 + 58 = 92$, $92 + 91 = 183$, osv.

Kumuleret frekvens udregner vi sådan:

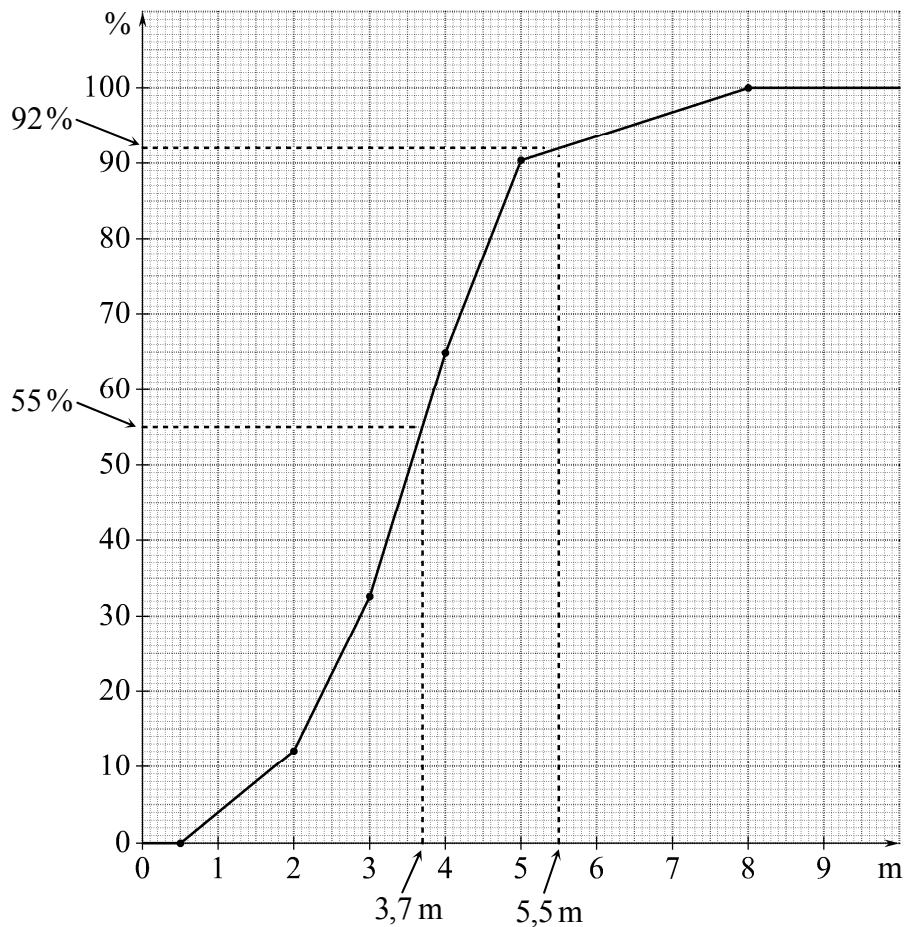
$\frac{34}{282} = 0,120567$, $\frac{92}{282} = 0,326241$, osv.

I tabellen kan vi skrive "hyppighed" i stedet for "antal rør". Det har vi gjort i tabellen nederst.

Længde i meter	0,5	2	3	4	5	8
Kumuleret hyppighed	0	34	92	183	255	282
Kumuleret frekvens	0 %	12,1 %	32,6 %	64,9 %	90,4 %	100,0 %

11 Hvordan aflæser vi på en sumkurve? (Nspire: afsnit 22 side 13-14)

Figuren viser sumkurven for rørene fra tabellen på foregående side.



11a Hvor mange procent af rørene er UNDER 3,7 meter?

Svar: Som vist på figuren aflæser vi at 55% af rørene er under 3,7 meter.

11b Hvor mange procent af rørene er OVER 5,5 meter?

Svar: Som vist på figuren aflæser vi at 92 % af rørene er under 5,5 meter.
Da $100\% - 92\% = 8\%$, er 8% af rørene over 5,5 meter.

11c Hvor mange procent af rørene er MELLEM 3,7 og 5,5 meter?

Svar: Fra de 92 % der er under 5,5 meter, skal fraregnes de 55 % der er under 3,7 meter.
Da $92\% - 55\% = 37\%$, er 37% af rørene mellem 3,7 og 5,5 meter.

11d Hvor mange procent af rørene er LIG 3,7 meter ELLER DERUNDER ?

Svar: Det er samme spørgsmål som spørgsmålet 11a ovenfor da 0 % af rørene er præcis lig 3,70000... meter.

Det at der på sumkurven er 0 % der er lig 3,7 meter, er ikke i modstrid med at nogle af rørene er målt til 3,7 meter. (Læs evt. forklaringen på dette i afsnit 9 på side 4).

12 Hvordan finder vi medianen for grupperede data? (Nspire: afsnit 22 side 13-14)

For ugrupperede data skal vi gøre noget helt andet. Se afsnit 4 på side 1.

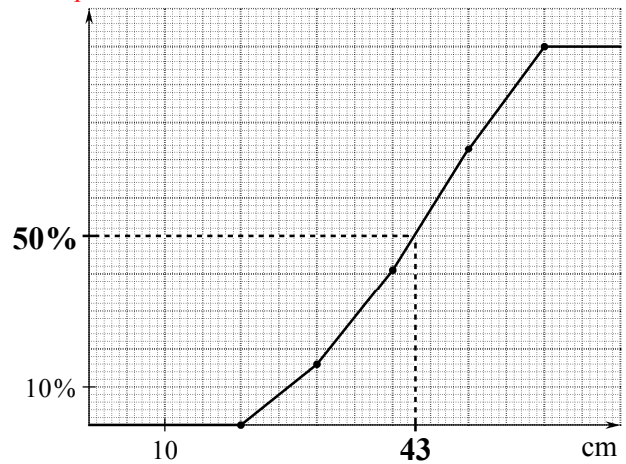
For at finde medianen skal vi bruge sumkurven når det er grupperede data.

Vi starter i 50 % på y -aksen, går vandret hen til sumkurven, går lodret ned på x -aksen, og aflæser x -værdien.

Denne x -værdi er medianen.

At et tal er **median**, betyder altså at 50 % af dataene er mindre end dette tal og 50 % af dataene er større end dette tal.

På figuren er medianen 43 cm. ↑



Dette har du brug for at vide når du har fundet medianen og skal svare på hvad dette tal fortæller. I dit svar skal du i stedet for "data" skrive det ord der står i opgaven, f.eks. "længde", og i stedet for "dette tal" skal du skrive det tal du har fundet, f.eks. 43.

13 Hvordan finder vi kvartilsættet for grupperede data? (Nspire: afsnit 22 side 13-14)

For ugrupperede data skal vi gøre noget helt andet. Se afsnit 5 på side 2.

For at finde kvartilsættet skal vi bruge sumkurven når det er grupperede data.

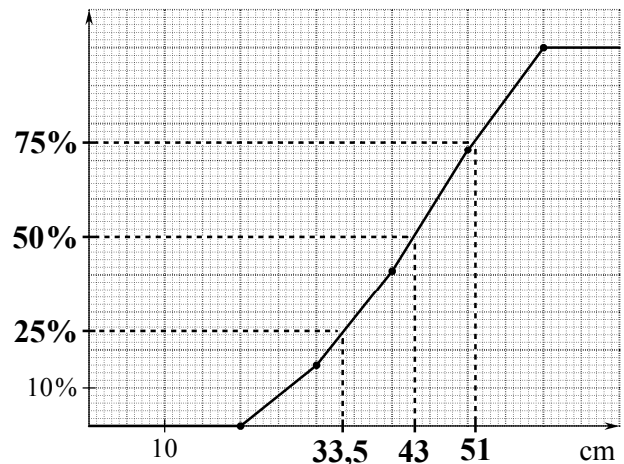
13a Nedre kvartil.

Vi starter i 25 % på y -aksen, går vandret hen til sumkurven, går lodret ned på x -aksen, og aflæser x -værdien.

Denne x -værdi er nedre kvartil.

At et tal er **nedre kvartil**, betyder altså at 25 % af dataene er mindre end dette tal og 75 % af dataene er større end dette tal.

På figuren er nedre kvartil 33,5 cm. ↑



Dette har du brug for at vide når du har fundet nedre kvartil og skal svare på hvad dette tal fortæller. I dit svar skal du i stedet for "data" skrive det ord der står i opgaven, f.eks. "længde", og i stedet for "dette tal" skal du skrive det tal du har fundet, f.eks. 33,5.

13b Øvre kvartil.

Vi starter i 75 % på y -aksen, går vandret hen til sumkurven, går lodret ned på x -aksen, og aflæser x -værdien.

Denne x -værdi er øvre kvartil. ↓

At et tal er **øvre kvartil**, betyder altså at 75 % af dataene er mindre end dette tal og 25 % af dataene er større end dette tal.

På figuren er øvre kvartil 51 cm.

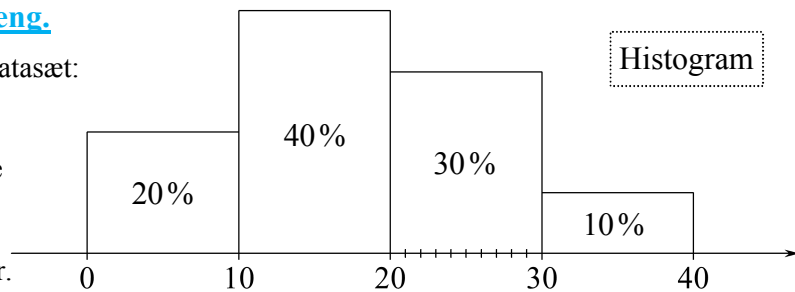
Dette har du brug for at vide når du har fundet øvre kvartil og skal svare på hvad dette tal fortæller. I dit svar skal du i stedet for "data" skrive det ord der står i opgaven, f.eks. "længde", og i stedet for "dette tal" skal du skrive det tal du har fundet, f.eks. 51.

13c Kvartilsæt.

Når vi taler om kvartilsættet for nogle data, så mener vi
nedre kvartil, median, øvre kvartil,
dvs. kvartilsættet er 33,5 cm, 43 cm, 51 cm.

14 Sumkurve og lineær sammenhæng.

Histogrammet viser et grupperet datasæt: Intervallet 20-30 deles vi op i 10 lige store dele (se figur). Hver af disse små intervaller må indeholde en tiendedel af hele intervallets observationer, dvs. de indeholder hver 3 % af samtlige observationer. (x, y) er et punkt på sumkurven, dvs.



y er den procentdel af observationerne der har størrelse x eller derunder.

Af histogrammet ovenfor ser vi:

$$\text{Når } x=20 \text{ er } y = 0,20 + 0,40 = 0,60$$

$$\text{Når } x=21 \text{ er } y = 0,60 + 0,03 = 0,63$$

$$\text{Når } x=22 \text{ er } y = 0,63 + 0,03 = 0,66$$

Hver gang x bliver 1 større, vil y blive 0,03 enheder større, så y vokser lineært i intervallet fra $x=20$ til $x=30$. Derfor er grafen en ret linje i dette interval, og ligningen er $y = 0,03x + b$.

Vi udregner b :

$$\text{Når } x=20 \text{ er } y=0,60 \text{ så}$$

$$0,60 = 0,03 \cdot 20 + b$$

Heraf ser vi at $b = 0$, så ligningen er

$$y = 0,03x$$

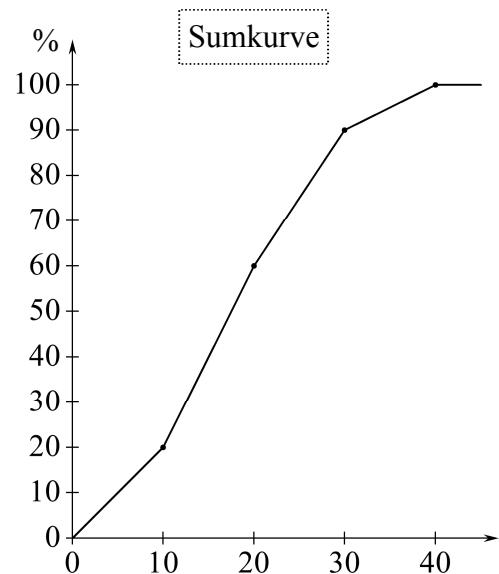
For de fire intervaller er ligningerne:

$$0-10: \quad y = 0,02x$$

$$10-20: \quad y = 0,04x - 0,2$$

$$20-30: \quad y = 0,03x$$

$$30-40: \quad y = 0,01x + 0,6$$



Hvor mange procent af observationerne har størrelse 27 eller derunder?

Vi ser at vi skal bruge ligningen fra tredje interval:

$$y = 0,03 \cdot 27 = 0,81$$

dvs. 81 % af observationerne er 27 eller derunder.

Hvor stor er nedre kvartil?

Vi skal gå ud fra 25 % på y -aksen. Vi ser at vi skal bruge ligningen fra andet interval:

$$0,25 = 0,04x - 0,2$$

Vi løser denne ligning mht. x og får 11,25, dvs. nedre kvartil er 11,25.

Nspire-besvarelser

15 Nspire: Bestem middeltal og kvartilsæt for ugrupperede data

OPGAVE Vægten i gram af kødstykkerne i en pakke er

10 8 7 8 16 9 10 23 8 23 11 17 19 16 21 7 23 25


Bestem middeltallet og kvartilsættet.

Ordene **middeltal** og **middelværdi** bruges i samme betydning.

Median er IKKE det samme som **middeltal**. Medianen er et af de tre tal i kvartilsættet.

BESVARELSE er vist i de røde rammer.

Gør sådan:

- Vælg **Indsæt / Opgave** og vælg **Indsæt / Side**.
- Klik i det første af vinduerne og vælg **Tilføj Noter**.
- Klik i det andet af vinduerne og vælg **Tilføj Liter og regneark**.
- I det øverste af de to grå felter: Skriv **vægt**.
- I de hvide felter i samme søjle: Skriv tallene 10, 8, 7, osv.
- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Statistik / Statistiske beregninger / Statistik med én variabel / Antal lister = 1**. Der fremkommer et vindue hvor du som **X1-liste** skal vælge (IKKE taste) søjlen **vægt**. I feltet **Frekvensliste** skal der stå **1**.
- De fire tal der er spurgt om, står til højre for \bar{x} , Q_1 , **MedianX**, Q_3 .
- I det første vindue (Noter): Tast i et matematikfelt **vægt** og tryk på **enter**. Så fremkommer de tastede tal.
- Tilføj tekst og tal som vist i den store røde ramme ovenfor.

Vægten i gram af kødstykkerne i en pakke er tastet i søjlen **vægt**:

vægt = { 10, 8, 7, 8, 16, 9, 10, 23, 8, 23, 11, 17, 19, 16, 21, 7, 23, 25 }

Nspire beregner middeltallet:

middeltal er **14.5 gram** (\bar{x})

Nspire beregner kvartilsættet:

nedre kvartil er **8 gram** (Q_1 , X)

median er **13.5 g** (MedianX)

Øvre kvartil er **21 g** (Q_3 , X)

A vægt	B	C
		=OneVar(
10	Titel	Statistik ...
8	\bar{x}	14.5
7	Q_1	261

16 Nspire: Tegn boksplot




OPGAVE Vægten i gram af kødstykkerne i en pakke er

10 8 7 8 16 9 10 23 8 23 11 17 19 16 21 7 23 25

Tegn et boksplot.

BESVARELSE er vist i den røde ramme.

Gør sådan:

- Vælg **Indsæt / Opgave** og **Indsæt / Side**.
- Klik i det første af vinduerne og vælg **Tilføj Noter**.
- Klik i det andet af vinduerne og vælg **Tilføj Liter og regneark**.
- I det øverste af de to grå felter: Skriv **vægt**.
- I de hvide felter i samme søjle: Skriv tallene 10, 8, 7, osv.
- Skift til det første vindue (Noter).
- Klik på  og del siden op i et øvre og et nedre vindue: .
- Klik i det nedre vindue og vælg **Tilføj Diagrammer og statistik**.
- Klik under x -aksen og vælg **vægt**.
- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Diagramtyper / Boxplot**.
- I det øvre vindue (Noter): Tast i et matematikfelt **vægt** og tryk på **enter**. Så fremkommer de tastede tal.
- Tilføj tekst og tal som vist i den røde ramme ovenfor.
- Hvis dit boksplot har prikker som vist nedenfor, så højreklik og vælg **Udvid boksplotgrænser**.

Vægten i gram af kødstykkerne i en pakke tastes i søjlen **vægt**:

vægt = { 7, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 16, 16, 17, 19, 21, 23, 23, 23, 25 }

Nspire tegner **boksplot** nedenfor.

Ved elektronisk aflæsning på boksplot får vi:

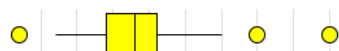
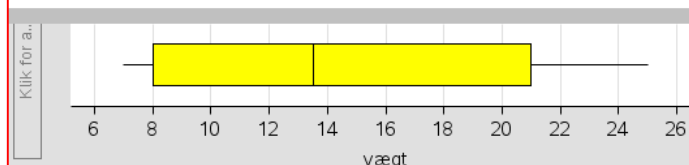
Mindste værdi: 7

Nedre kvartil: 8

Median: 13.5

Øvre kvartil: 21

Største værdi: 25



- Hvis du ændrer tallene, så tilpas boksplot-vinduet ved at højreklikke et tomt sted og vælge [Zoom/Zoom-Data](#).

17 Nspire: Tegn boksplot ud fra kvartilsæt

OPGAVE Nogle planters højder målt i cm kan beskrives ved følgende:

Mindste: 57
 Nedre kvartil: 62,5
 Median: 76
 Øvre kvartil: 82,5
 Største: 91

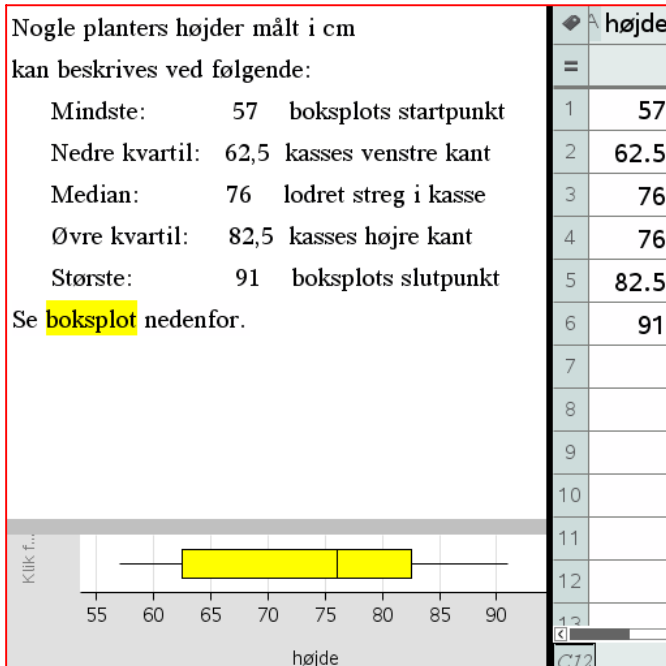
Tegn et boksplot.

Nogle planters højder målt i cm

kan beskrives ved følgende:

Mindste: 57 boksplots startpunkt
 Nedre kvartil: 62,5 kasses venstre kant
 Median: 76 lodret streg i kasse
 Øvre kvartil: 82,5 kasses højre kant
 Største: 91 boksplots slutpunkt

Se **boksplot** nedenfor.



BESVARELSE er vist i den røde ramme.

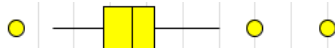
Gør sådan:

- Vælg [Indsæt / Opgave](#).
- Klik på og del siden op i tre vinduer: .
- Klik i vinduer og tilføj som vist i den røde ramme: [Noter](#), [Lister og Regneark](#), [Diagrammer og statistik](#).

- Tast de givne tal som vist i højre delvindue.

Bemærk at medianen skal skrives to gange!

- Klik under x-akse og vælg [højde](#) (navnet på søjlen i regnearket).
- Klik på (Værktøjsmenuen) og vælg [Diagramtyper / Boxplot](#).
- Tilføj tekst og tal som vist i den røde ramme.
- Hvis dit boksplot har prikker som vist nedenfor, så højreklik og vælg [Udvid boxplotgrænser](#).



- Hvis du ændrer tallene, så tilpas boksplot-vinduet ved at højreklikke et tomt sted og vælge [Zoom/Zoom-Data](#).

18 Nspire: Tegn flere boksplot sammen

OPGAVE Nogle planter af typerne A og B har følgende højder i cm.

A: 57 59 62 63 71 73 76 80 80 81 84 89 91
 B: 56 57 60 62 65 69 72 72 72 73 75 75 78 81

Lav på samme figur boksplot for de to datasæt.

Højder (cm) af nogle planter af typer A og B er tastet i søjler a og b.

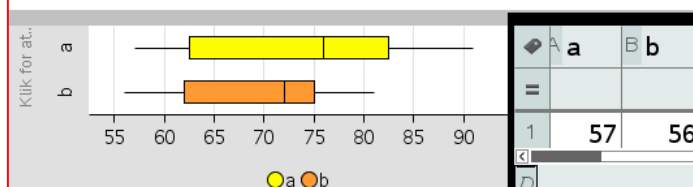
$a = \{57, 59, 62, 63, 71, 73, 76, 80, 80, 81, 84, 89, 91\}$

$b = \{56, 57, 60, 62, 65, 69, 72, 72, 72, 73, 75, 75, 78, 81\}$

Nspire tegner **boksplot** nedenfor.

Elektronisk aflæsning på boksplot:

	mindst	nedre kvartil	median	øvre kvartil	størst
A	57	62.5	76	82.5	91
B	56	62	72	75	81



BESVARELSE er vist i den røde ramme.

Gør sådan:

- Vælg [Indsæt / Opgave](#).
- Klik på og del siden op i tre vinduer: .
- Klik i vinduer og tilføj som vist i den røde ramme: [Noter](#), [Lister og Regneark](#), [Diagrammer og statistik](#).

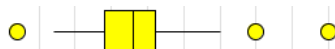
- Tast de givne tal som vist i højre delvindue.

- Klik under x-akse og vælg søjlen **a**.

- Højreklik under x-akse og vælg "Tilføj X-variabel" og vælg søjlen **b**.

- Klik på (Værktøjsmenuen) og vælg [Diagramtyper / Boxplot](#).
- Tilføj tekst og tal som vist i den røde ramme.

- Hvis dit boksplot har prikker som vist nedenfor, så højreklik og vælg [Udvid boxplotgrænser](#).



- Hvis du ændrer tallene, så tilpas boksplot-vinduet ved at højreklikke et tomt sted og vælge [Zoom/Zoom-Data](#).




19 Nspire: Tegn histogram

OPGAVE Vægt af nogle sten er fordelt sådan:

Vægt i g: 60-70 70-80 80-90 90-100 100-110
Frekvens: 9 % 28 % 20 % 11 % 32 %

Tegn et histogram for denne fordeling.

BESVARELSE er vist i den røde ramme. Gør sådan:

- Vælg **Indsæt / Opgave**.
- Klik på  og del siden op i tre vinduer: .
- Klik i vinduer og tilføj som vist i den røde ramme: **Noter**, **Lister og Regneark**, **Diagrammer og statistik**.
- Tast intervalendepunkterne i første søjle. I anden søjle: Tast 0 ud for mindste endepunkt. Ud for hvert intervals højre endepunkt skal du taste intervallets frekvens som vist.
- Klik under x -aksen og vælg **vægt** fordi det er det navn som vi har givet første søjle.
- Højreklik til venstre for y -akse, vælg **Tilføj y-værdiliste** (IKKE "Tilføj variabel!") og vælg **frekv** fordi det er det navn vi har givet den anden søjle.
- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Diagrammestyring / Egenskaber for histogram / Søjleindstillinger / Lige store intervaller**, og tast Bredder som 10 og Søjlestart som 60,01. (Søjlestart skal være en anelse større end første endepunkt).
- Hvis du ændrer tallene, så tilpas boksplot-vinduet ved at højreklikke et tomt sted og vælg **Zoom/Zoom-Data**.

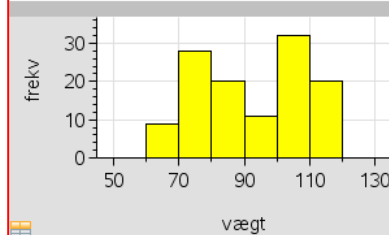
Tabellen til højre viser fordelingen af vægtene af nogle sten.

Første søjle indeholder intervalendepunkter (gram).

Ud for højre endepunkt står intervallets frekvens i procent, f.eks. har 70–80 frekvens 28%

Nedenfor er tegnet et histogram for denne fordeling.

Søjlehøjde angiver frekvens.



	vægt	frekv
=		
1	60	0
2	70	9
3	80	28
4	90	20
5	100	11
6	110	32
7	120	20
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
31		
32		
33		
34		
35		
36		
37		
38		
39		
40		
41		
42		
43		
44		
45		
46		
47		
48		
49		
50		
51		
52		
53		
54		
55		
56		
57		
58		
59		
60		
61		
62		
63		
64		
65		
66		
67		
68		
69		
70		
71		
72		
73		
74		
75		
76		
77		
78		
79		
80		
81		
82		
83		
84		
85		
86		
87		
88		
89		
90		
91		
92		
93		
94		
95		
96		
97		
98		
99		
100		
101		
102		
103		
104		
105		
106		
107		
108		
109		
110		
111		
112		
113		
114		
115		
116		
117		
118		
119		
120		
121		
122		
123		
124		
125		
126		
127		
128		
129		
130		
131		
132		
133		
134		
135		
136		
137		
138		
139		
140		
141		
142		
143		
144		
145		
146		
147		
148		
149		
150		

20 Nspire: Tegn sumkurve ud fra antal



OPGAVE Tabellen viser fordelingen af vægtene af nogle frugter.

Vægt (g): 80-90 90-100 100-110 110-120 120-130
Antal: 6 11 15 32 27



Bestem de kumulerede frekvenser og tegn sumkurven.

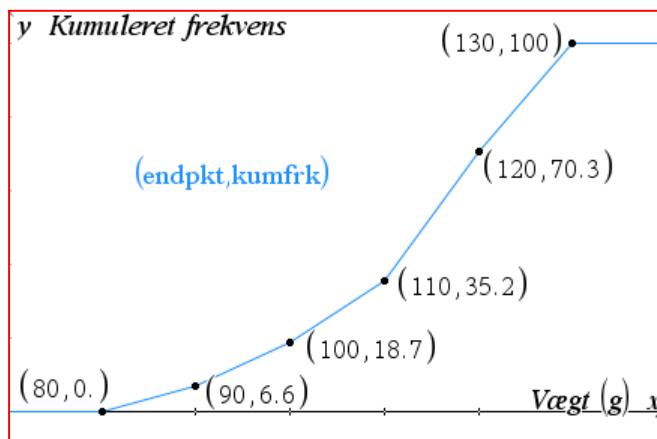
BESVARELSE er vist i den røde ramme på denne side og den røde ramme på næste side.

Én mulighed er at du selv udregner procenterne og derefter bruger metoden fra afsnit 21. Ellers gør sådan:

- Vælg **Indsæt / Opgave**. Klik på  og del siden op i to vinduer: .
- Klik i venstre vindue og vælg **Tilføj Noter**, og klik i det højre vindue og vælg **Tilføj Lister og regneark**.
- I de øverste grå felter: Skriv de viste fire navne på søjlerne:
- I de hvide felter i to første søjler: tast den oplyste tabel som vist, dvs. antallet af frugter i et interval skal skrives ud for intervallets højre endepunkt.
- Klik i det grå felt under **kumant** og skriv $\text{cumulativesum}(\text{ant})$ og tryk på **enter**.
- Klik i det grå felt under **kumfrk** og skriv $\text{round}\left(\frac{\text{kumant}\cdot 100}{\text{sum}(\text{ant})}, 1\right)$ og tryk på **enter**.
- I venstre vindue: Tast den viste forklaring.

Betydning af tal i højre vindue:		A	B	C	D
		endpkt	ant	kumant	kumfrk
endpkt: intervalendepunkter (vægt i gram)	=			=cumulativ	=round(k
ant: antal i interval står ved højre endepunkt	1	70	0	0	0.
kumant: kumuleret antal for tallet i	2	80	0	0	0.
endpkt. Udregnes ved at tallet i ant i denne række og over lægges sammen.	3	90	6	6	6.6
kumfrk: kumuleret frekvens for tallet i	4	100	11	17	18.7
endpkt. Er udregnet som	5	110	15	32	35.2
$\frac{\text{kumant}}{\text{sum af tal i ant}}\cdot 100$	6	120	32	64	70.3
og afrundet til én decimal.	7	130	27	91	100.
Sumkurve er tegnet på næste side.	8	140	0	91	100.

- Vælg **Indsæt / Side** (IKKE **Opgave**).
- Klik i vinduet og vælg **Tilføj Grafer**.
- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Grafindtastning/Rediger / Punktplot** og tast de søjler der indeholder x og y :
 $x \leftarrow \text{endpkt}$
 $y \leftarrow \text{kumfrk}$
- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Vindue/Zoom / Zoom-Data**
- Forbind punkterne med linjestykker. Du kan forbinde to punkter sådan: Vælg i Værktøjsmenu **Geometri / Punkter og linjer / Linjestykke**. Så fremkommer en ikon i vinduets øverste venstre hjørne. Før markøren hen til det ene punkt så prikken bliver større, og klik. Før markøren hen til det andet punkt så prikken bliver større, og klik.
- **HUSK** at trykke på **Esc** for at fjerne ikonen når du er færdig med at tegne linjestykker (ellers kan du ikke gøre andet).
- Fremkald hvert punkts koordinatsæt ved at højreklikke på punktet og vælg **Koordinater og ligninger**.
- Skriv tekst på akser.





21 Nspire: Tegn sumkurve ud fra procenter

OPGAVE Den tid det tager en robot at rydde op, varierer som vist i tabellen.


Tid (sekunder):	6.8-7.2	7.2-7.6	7.6-8.0	8.0-8.4	8.4-8.8	8.8-9.2
Procent:	8	12	19	27	20	14

Bestem de kumulerede frekvenser, og tegn sumkurven.

BESVARELSE er vist i de to røde rammer nedenfor. Gør sådan:

- Vælg **Indsæt / Opgave**. Klik på  og del siden op i to vinduer: .
- Klik i venstre vindue og vælg **Tilføj Noter**, og klik i det højre vindue og vælg **Tilføj Lister og regneark**.
- I de øverste grå felter: Skriv de tre viste navne på søjlerne:
- I de hvide felter i to første søjler: tast den oplyste tabel som vist, dvs. antallet af procent i et interval skal skrives ud for intervallets højre endepunkt.
- Klik i det grå felt under **kumfrk** og skriv **cumulativesum(pct)** og tryk på **enter**.
- I venstre vindue: Tast den viste forklaring.

- Vælg **Indsæt / Side** (IKKE **Opgave**).
- Klik i vinduet og vælg **Tilføj Grafer**.
- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Grafindtastning/Rediger / Punktplo** og tast de søjler der indeholder x og y :
 $x \leftarrow \text{endpkt}$
 $y \leftarrow \text{kumfrk}$

- Klik på  (Værktøjsmenuen) og vælg **Vindue/Zoom / Zoom-Data**

- Forbind punkter med linjestykker. Du kan forbinde to punkter sådan: Vælg i Værktøjsmenu **Geometri / Punkter og linjer / Linjestykke**. Så fremkommer en ikon i vinduets øverste venstre hjørne. Før markøren hen til det ene punkt så prikken bliver større, og klik. Før markøren hen til det andet punkt så prikken bliver større, og klik.

HUSK at trykke på **Esc** for at fjerne ikonen når du er færdig med at tegne linjestykker (ellers kan du ikke gøre andet).

- Fremkald hvert punkts koordinatsæt ved at højreklikke på punktet og vælge **Koordinater og ligninger**.
- Skriv tekst på akser.

I søjlen **endpkt** står intervalendepunkter for tidsintervaller (sekund).

I søjlen **pct** står ud for et intervals højre endepunkt den procent af gangene hvor tiden ligger i intervallet.

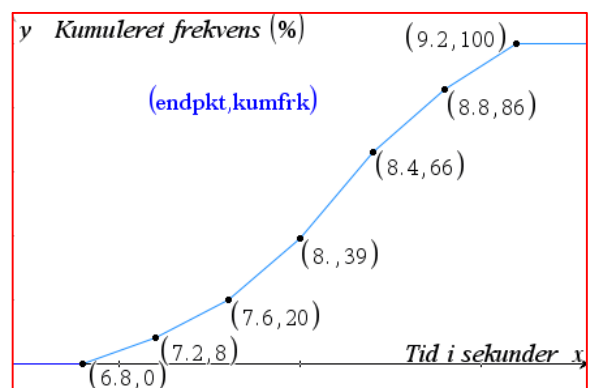
I søjlen **kumfrk** står kumuleret frekvens (%) af tallet i søjlen **endpkt**.

Dette tal udregnes ved at tallene i søjlen **pct** i denne og foregående rækker lægges sammen.

På næste side er tegnet **sumkurven**.

I hvert punkt (x,y) på sumkurven er y lig den kumulerede frekvens af x .

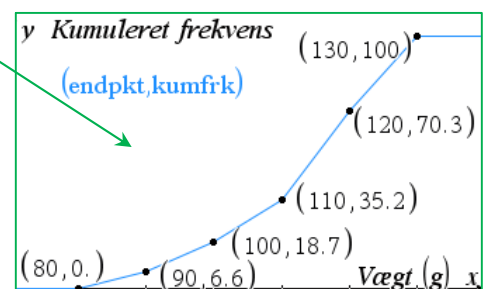
	A endpkt	B pct	C kumfrk
=			=cumula
1	6.4	0	0
2	6.8	0	0
3	7.2	8	8
4	7.6	12	20
5	8.	19	39
6	8.4	27	66
7	8.8	20	86
8	9.2	14	100
9	9.6	0	100
10			



22 Nspire: Aflæs sumkurve


OPGAVE Vi har tegnet sumkurven for vægtene af nogle frugter.

- Hvor mange procent af vægtene er under 103 g ?
- Hvor mange procent af vægtene er over 96 g ?
- Hvor mange procent af vægtene er mellem 115 g og 128 g ?
- Bestem den nedre kvartil for vægtene.
- Bestem medianen for vægtene.
- Bestem den øvre kvartil for vægtene.



Besvarelsen står på næste side.

BESVARELSE er vist i de to røde rammer nedenfor. Gør sådan:


a) I spørgsmålet står x -værdien 103, så vi skal bruge linjestykket hvis endepunkter har x lig 100 og 110 da 103 ligger mellem 100 og 110. Klik på  (værktøjsmenuen), vælg **Geometri / Punkter og linjer / Punkt på**, og klik på det nævnte linjestykke, og klik igen på linjestykket. Nu er der afsat et punkt på linjestykket. Tryk på **Esc** for at fjerne Punkt-på-ikonet.

- Højreklik på punktet, og vælg **Koordinater og ligninger**. Så fremkommer punktets koordinatsæt.

Dobbeltklik på punktets x -koordinat (tallet før kommaet), ret den til 103, og tryk på **enter**.

- Vi ser at punktets y -koordinat ændres til 23,7. Det betyder at 23,7% af vægtene er under 103 g.

Du kan ændre antal decimaler på tal i grafvinduet: Højreklik på tallet og vælg attributter.

Klik på de sorte pile for at ændre antal decimaler. 

b) Med metoden fra spørgsmål a) finder vi ud af at 13,9% af vægtene er under 96. Fra 100% trækker vi de 13,9% for at finde svaret.

c) Med metoden fra spørgsmål a) finder vi ud af at 52,8% af vægtene er under 115, og at 94,1% af vægtene er under 128. Fra de 94,1% trækker vi de 52,8% for at finde svaret.

a) På sumkurven afsætter vi et punkt og taster at x er 103. Vi ser at y er 23,7.

23,7% af vægtene er under 103 g.

b) På sumkurven afsætter vi et punkt og taster at x er 96. Vi ser at y er 13,9.

13,9% af vægtene er under 96 g.

$$100 - 13.9 = 86.1$$

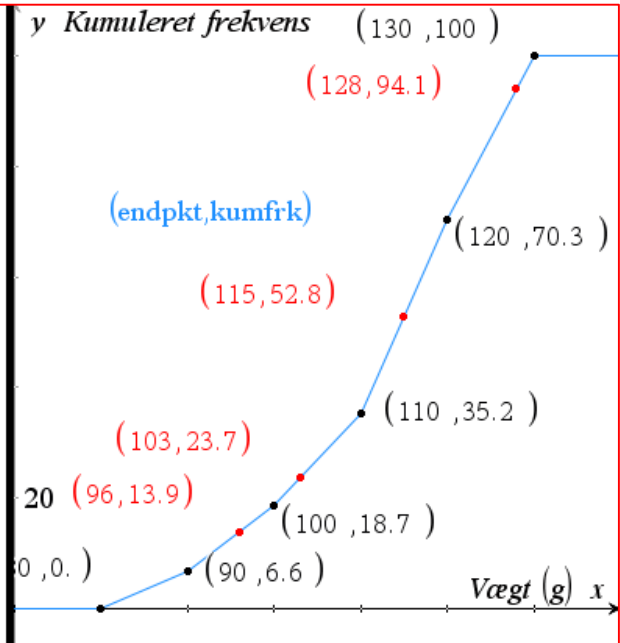
86,1% af vægtene er over 96 g.


c) På sumkurven afsætter vi to punkter og taster at x er 115 og 128. Vi ser at y er 52,8 og 94,1.

52,8% er under 115 g og 94,1% er under 120 g.

$$94.1 - 52.8 = 41.3$$

41,3% af vægtene er mellem 115 g og 128 g.



d) For at finde nedre kvartil skal vi bruge y -værdien 25, så vi skal bruge linjestykket hvis endepunkter har y lig 18,7 og 35,2 da 25 ligger mellem 18,7 og 35,2. Klik på  (værktøjsmenuen), vælg **Geometri / Punkter og linjer / Punkt på**, og klik på det nævnte linjestykke, og klik igen på linjestykket. Nu er der afsat et punkt på linjestykket. Tryk på **Esc** for at fjerne Punkt-på-ikonet.

- Højreklik på punktet, og vælg **Koordinater og ligninger**. Så fremkommer punktets koordinatsæt.

Dobbeltklik på punktets y -koordinat (tallet efter kommaet), ret den til 25, og tryk på **enter**.

- Vi ser at punktets x -koordinat ændres til 104, dvs. nedre kvartil er 104 g.

e) Vi finder median på næsten samme måde som vi fandt nedre kvartil på i spørgsmål d). Den eneste forskel er at vi skal bruge y -værdien 50 i stedet for y -værdien 25.

f) Vi finder øvre kvartil på næsten samme måde som vi fandt nedre kvartil på i spørgsmål d). Den eneste forskel er at vi skal bruge y -værdien 75 i stedet for y -værdien 25. Kvartilsættet er 104 g, 114 g, 122 g.

d) På sumkurven afsætter vi et punkt og taster at y er 25. Vi ser at x er 104.

Nedre kvartil er 104 g.

e) På sumkurven afsætter vi et punkt og taster at y er 50. Vi ser at x er 114.

Median er 114 g.

f) På sumkurven afsætter vi et punkt og taster at y er 75. Vi ser at x er 122.

Øvre kvartil er 122 g.

